প্রাথমিক শিক্ষক প্রশিক্ষণের (কর্মরত)
ডি. এল. এড. কোর্স (২ বছর)
(দূরশিক্ষা মাধ্যম)

Mathematics

পশ্চিমবঙ্গ প্রাথমিক শিক্ষা পর্ষদ
আচার্য প্রফুল্ল চন্দ্র ভবন
ডি. কে. - ৭/১, সেক্টর - ২, সল্টলেক
বিধাননগর, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

পশ্চিমবঙ্গ প্রাথমিক শিক্ষা পর্ষদ

প্রথম প্রকাশ : ডিসেম্বর, ২০১২

দ্বিতীয় প্রকাশ : ডিসেম্বর, ২০১৪

পরিমার্জিত দ্বিতীয় সংস্করণ— ২০১৪, ডিসেম্বর

Neither this book nor any keys, hints, comments, notes, meanings, connotations, annotations, answers and solutions by way of questions and answers or otherwise should be printed, published or sold without the prior approval in writing of the President, West Bengal Board of Primary Education.

প্রকাশক

অধ্যাপক ড: মানিক ভট্টাচার্য্য, সভাপতি

পশ্চিমবঙ্গ প্রাথমিক শিক্ষা পর্ষদ

আচার্য প্রফুল্ল চন্দ্র ভবন

ডি. কে. - ৭/১, সেক্টর - ২,

বিধাননগর, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

Prelude

It gives us immense pleasure to announce that a Two-year D.El.Ed Course, ODL Mode (approved by N.C.T.E) is about to commence as a result of the collaborative efforts of the WBBPE with the Govt. of West Bengal in the School Education Deptt. after having overcome all the obstacles. This is going to solve the problems of the existing in-service untrained Primary Teachers of our state in the context of N.C.F. - 2005, N.C.F.T.E.-2009 and RTE Act-2009 as well. It has been decided that this two year teacher-training course will be conducted in the Open Distance Learning Mode under the aegis of the West Bengal Board of Primary Education for the next three years. Following the order of the School Education Department, W.B., a team of experts comprising eminent educationists, representatives of N.C.T.E and IGNOU has very sincerely prepared the syllabus, study materials, guide books for the trainees and the Coordinators and Counsellors of the 2 year D.El.Ed Course (ODL Mode) under the supervision of WBBPE. The curriculum and Syllabus of the core papers, four method papers with one compulsory optional paper out of two and four practical papers have been framed. Separate year wise study materials have been prepared for each paper and approved by NCTE.

The WBBPE will be glad if these study materials and guide books, which have been developed following the norms of the Open Distance Learning Mode, prove to be fruitful.

The WBBPE welcomes constructive suggestions and feedback for the improvement of these publications. The West Bengal Board of Primary Education would also like to convey sincere gratitude to all the eminent academicians from the NIOS, NCTE, IGNOU, SCERT, West Bengal DIETs, PTTIs and the Syllabus Committee and all others involved in the process of composition, editing and publication of these books.

December, 2012

President
West Bengal Board of Primary Education

আমাদের কথা

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা - ২০০৫, জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা শিক্ষক শিক্ষণ ২০০৯ শিশুর বিনাব্যয়ে বাধ্যতামুলক শিক্ষার অধিকার আইন - ২০০৯ এর প্রাসঙ্গিক ধারা উপধারা মাথায় রেখে আমাদের ২ বছরের দূর শিক্ষার মাধ্যমে ডি. এল. এড. কোর্সের পাঠক্রম, পাঠ্যবিষয় ও আনুষঙ্গিক বিষয় ও রূপরেখা স্থির করা হয়েছে। এই তিনটি আবশ্যক বিষয় যাতে শিক্ষক শিক্ষিকাগণের ধারণা, কার্য্যপ্রণালী ও চিন্তনের মধ্যে আসে, আমাদের বর্তমান কোর্সের মূল উদ্দেশ্য সেটাই। RTE Act বা শিক্ষার অধিকার সংক্রান্ত আইন সম্বন্ধে সব শিক্ষকের স্পষ্ট ধারনা থাকা প্রয়োজন। শ্রেণি কক্ষে শিক্ষক যে প্রণালীতে বা পদ্ধতিতে বিষয় উপস্থাপন ও আলোচনা করবেন, তাতে তাঁকে মনে রাখতে হবে, শিক্ষার্থীর আগ্রহ, মনোযোগ, জিজ্ঞাসাকে সঙ্গী করে নিয়ে তিনি পাঠে অগ্রসর হচ্ছেন। শ্রেনি পাঠনের বেশ কিছু সময় যেন শিক্ষার্থীদের সক্রিয় অংশগ্রহণে ব্যয় করা হয়। শিক্ষার্থীদের বিষয় জানবার অধিকার আছে। মনে রাখা দরকার পঠন-পাঠন হবে শিক্ষার্থী বান্ধব এবং শিশু কেন্দ্রিক। অনুসৃত হবে কর্মভিত্তিক, আবিস্কার ও অনুসন্ধানের মাধ্যমে পঠন-পাঠন প্রক্রিয়া। শিশুকে সমস্ত রকম মানসিক ভীতি ও উদ্বেগ থেকে মুক্ত করে স্বাধীন ভাবে মত প্রকাশে সাহায্য করতে হবে। শিশুর বিনাব্যয়ে বাধ্যতামূলক শিক্ষার অধিকার আইন, ২০০৯-এর ২৯নং ধারার আটটি উপধারা এই প্রসঙ্গে স্মরণ করা যেতে পারে। মূল্যায়ণ প্রসঙ্গে বলা হয়েছে যে শিশুর জ্ঞানের উপলব্ধি ও প্রয়োগ ক্ষমতার নিরবিচ্ছিন্ন সার্বিক মূল্যায়ণ করতে হবে।

শিক্ষক/শিক্ষিকা হিসাবে আপনার নতুন ভূমিকার কথা আপনি মনে রাখবেন-এই অনুরোধ।

আমাদের সার্বিক প্রচেষ্টা সফল হবেই।

অধ্যাপক ডঃ মানিক ভট্টাচার্য্য
সভাপতি
পশ্চিমবঙ্গ প্রাথমিক শিক্ষা পর্ষদ

Preface for the Second Edition

Modules of Two Year D. El. Ed Course were first prepared in the year 2012 for the teachers' training of in-service Primary Teachers of West Bengal through ODL mode. The modules were very much popular to its clienteles and were effective in imparting training. In the mean time the curricula of Primary Education and of regular Two Year D. El. Ed. have been changed. With a view to incorporate those changes in the Primary Teachers' Training the content and style of presentation have also been changed in the modules of Two Year D. El. Ed. (ODL) Course for the next session. Hope this module would enjoy more support from its clienteles. Any suggestion for the improvement of this module will be thankfully received.

With best wishes to all,

Prof.(Dr.) Manik Bhattacharya

December, 2014.

President

WBBPE

গণিত পাঠদানে এবং অনুশীলনে প: ব: বিদ্যালয়
বিশেষজ্ঞ কমিটি প্রণীত গণিত পুস্তক বিশেষ জরুরী

সূচীপত্র

১. **গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য ও পাঠ্যসূচী** [Objective of Mathametics teaching and Curriculum]

১.১. সূচনা

১.২. উদ্দেশ্য

১.৩. প্রাথমিক শিক্ষায় গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য

১.৩.১. প্রাথমিক স্তরের প্রয়োজনীয় গাণিতিক মূল ধারণাগুলি সম্পর্কে জ্ঞান এবং ধারণাগুলি বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করার দক্ষতা অর্জন

১.৩.২. দ্রুত ও নির্ভুল হিসাব করার দক্ষতা অর্জন

১.৩.৩. যুক্তি ও বিচারশক্তি এবং সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা

১.৩.৪. ব্যবহারিক উদ্দেশ্য

১.৩.৫. আবিষ্কারধর্মীতার উন্মেষ সাধন

১.৩.৬. গাণিতির ধারণার যথোপযুক্ত প্রয়োগ এবং অনুশীলনের মাধ্যমে দক্ষতা অর্জন

১.৩.৭. NCF (2005) অনুযায়ী গণিত শিক্ষার লক্ষ্য

১.৩.৮. বিদ্যালয় সিলেবাস এক্সপার্ট কমিটি প.ব. অনুযায়ী গণিত শিক্ষার লক্ষ্য

১.৩.৯. প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার সমস্যা

১.৪. প্রাথমিক স্তরে গণিতের পরিধি

১.৫. প্রাথমিক স্তরে গণিতের পাঠ্যক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতিসমূহ ও প্রচলিত গণিতের পাঠক্রম

১.৬. প্রাথমিক শিক্ষার পাঠক্রমে গণিত শিক্ষার স্থান

১.৭. প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের পাঠ্যসূচী

১.৮. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

১.৯ সার সংক্ষেপ

১.১০. অনুশীলনী

২.	**<u>পঠন পদ্ধতি</u>** [Method of Teaching]

২.১.	সুচনা

২.২.	উদ্দেশ্য

২.৩.	মনোবৈজ্ঞানিক ও যুক্তিনির্ভর প্রণালীর তুলনা

২.৩.১.	মনোবৈজ্ঞানিক প্রাণালী

২.৩.২.	যুক্তিনির্ভর প্রাণালী

২.৩.৩.	প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষায় মনোবৈজ্ঞানিক প্রণালী ও যুক্তি নির্ভর প্রণালীর সমন্বয়

২.৪.	মূর্ত থেকে বিমূর্ত অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতি

২.৪.১.	প্রাথমিক স্তরের গণিতে মূর্ত থেকে বিমূর্ত নীতির গুরুত্ব

২.৫.	আবিষ্কারমূলক পদ্ধতি

২.৫.১.	আবিষ্কারমূলক পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য

২.৫.২.	প্রয়োগস্তর

২.৬.	কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি

২.৬.১.	গণিতে কর্মকেন্দ্রিক শিক্ষার গুরুত্ব

২.৬.২.	গাণিতিক খেলা

২.৬.৩.	খেলার মাধ্যমে গণিত শিক্ষার প্রয়োজনীয়তা

২.৭.	প্রকল্প পদ্ধতি

২.৭.১.	বৈশিষ্ট্য

২.৭.২.	প্রকল্প পদ্ধতির স্তর

২.৭.৩.	প্রকল্প পদ্ধতির সুবিধা

২.৭.৪.	প্রকল্প পদ্ধতির অসুবিধা

২.৮.	প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতি

২.৮.১.	শিশুর অভিজ্ঞতার প্রকার ভেদ

২.৮.২.	নকল অভিজ্ঞতা

২.৮.৩.	অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতির গুরুত্ব

২.৯.	সমস্যা সমাধান পদ্ধতি

২.৯.১.	সমস্যা সমাধান পদ্ধতির স্তর

২.৯.২.	সমস্যা সমাধানের পদ্ধতির সুবিধা

২.৯.৩.	সমস্যা সমাধানের পদ্ধতির অসুবিধা

২.৯.৪.	উদাহরণ

২.১০. আরোহী, অবরোহী, বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী পদ্ধতি

২.১০.১. আরোহী পদ্ধতি

২.১০.২. অবরোহী পদ্ধতি

২.১০.৩. বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী

২.১১. নির্মিতিবাদ

২.১১.১ নির্মিতিমূলক শ্রেণির পরিবেশ

২.১১.২ নির্মিতিমূলক শিক্ষায় শিক্ষকের কর্তব্য

২.১১.৩ শিক্ষকের ভূমিকা

২.১১.৪ ICON মডেল

২.১১.৫ আর্কষণীয় কাজ ও গণিত শিক্ষা

২.১১.৬ 5E মডেলে গণিত শিক্ষার উদাহরণ

২.১২. সারসংক্ষেপ

২.১৩. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

২.১৪. অনুশীলনী

৩. <u>শিক্ষা উপকরণ</u> (Teaching Learning Materials)

৩.১. সূচনা

৩.২. উদ্দেশ্য

৩.৩. গণিত শিক্ষায় উপকরণের প্রয়োজনীয়তা

৩.৪. শিক্ষা উপকরণ নির্বাচনের নীতি

৩.৫. উপকরণ ব্যবহারের সতর্কতা

৩.৬. উপকরণ প্রস্তুতির নীতি ও কৌশল

৩.৭. TLM এর তালিকা

৩.৮. কয়েকটি শিক্ষা উপকরণের নমুনা

৩.৯. উপকরণ হিসাবে পরিবেশের ব্যবহার

৩.১০. গণিত পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্য

৩.১১. সারসংক্ষেপ

৩.১২. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৩.১৩. অনুশীলনী

৪. <u>পাঠপরিকল্পনা</u> (Lesson Plan)

৪.১. ভূমিকা

৪.২. উদ্দেশ্য

৪.৩. বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনা

৪.৩.১. পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব

৪.৪. পর্বভিত্তিক বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনা

৪.৪.১. সামর্থ ভিত্তিক পাঠএকক বিশ্লেষণ

৪.৫. প্রতিদিনের পাঠ পরিকল্পনা

৪.৫.১ প্রতিদিনের পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব

৪.৬. পাঠপরিকল্পনা বা পাঠটীকার পর্যায়ক্রমিক স্তর

৪.৭. শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্র

৪.৭.১. জ্ঞানমূলক

৪.৭.২. বোধমূলক

৪.৭.৩. প্রয়োগমূলক

৪.৭.৪. দক্ষতামূলক

৪.৮. প্রাকশিক্ষানবীশী শিক্ষণ (Micro teaching) : পাঁচটি প্রক্রিয়া ও তাদের উপাংশ

৪.৮.১. প্রাকশিক্ষানবীশী পাঠটীকার উদাহরণ

৪.৯. গণিতের প্রক্রিয়া

৪.৯.১ শিক্ষানবীশী পাঠটীকা— ১

৪.৯.২ শিক্ষানবীশী পাঠটীকা— ২

৪.১০. সারসংক্ষেপ

৪.১১. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৪.১২. অনুশীলনী

৫.০ মূল্যায়ন (Evaluation)

৫.১. ভূমিকা

৫.২. উদ্দেশ্য

৫.৩. মূল্যায়ণের বৈশিষ্ট্য

৫.৪ গণিত শিক্ষায় মূল্যায়নের প্রযোজনীয়তা

৫.৫. গণিত মূল্যায়ণের বিভিন্ন কৌশল
৫.৫.১. লিখিত পরীক্ষা
৫.৫.২. মৌখিক পরীক্ষা
৫.৫.৩. ব্যবহারিক পরীক্ষা
৫.৬. বিভিন্ন প্রকার নৈর্ব্যক্তিক উত্তরধর্মী প্রশ্নের নমুনা
৫.৭. প্রাথমিক শিক্ষার অবিরত মূল্যায়ণ ধারা CCE
৫.৭.১. গঠনধর্মী মূল্যায়ণের প্রকার
৫.৭.২. একক মূল্যায়ণের পরিকল্পনা
৫.৭.৩. একক মূল্যায়ণ পত্র
৫.৮. শিক্ষার্থীর দুর্বলতম স্থান নির্ণয়ে অভীক্ষাপত্রের স্থান
৫.৮.১. গণিতে দুর্বলতা নির্ণায়ক অভীক্ষা
৫.৮.২. গণিতের নির্ণয়ক অভীক্ষা তৈরির বৈশিষ্ট্য
৫.৯. সারসংক্ষেপ
৫.১০. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ
৫.১১. অনুশীলনী
৬.০ সংখ্যা ও পাটিগণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়া [Number and Arithmetical operation]
৬.১ ভূমিকা
৬.২ উদ্দেশ্য
৬.৩ সংখ্যার ধারণা ও সংখ্যার স্থানীয় মান
৬.৪ সংখ্যার শ্রেণিবিভাগ
৬.৪.১ কাজের নাম
৬.৪.২ যৌগিক ও মৌলিক সংখ্যা
৬.৫ বিভাজ্যতার নিয়ম
৬.৬ গুণনীয়ক ও গুণিতকের ধারণা
৬.৬.১ গুণনীয়কের সাহায্যে যৌগিক ও মৌলিক সংখ্যার ধারণা
৬.৬.২ গুণনীয়ক ও গুণিতকের পার্থক্য
৬.৬.৩ যৌগিক ও মৌলিক সংখ্যা পরস্পর মৌলিক কিন্তু এর বিপরীত বিবৃতি সর্বদা সত্য নয়

৬.৭ গ.সা.গু
৬.৭.১ কাম্য শিখন সামর্থ্য
৬.৮ গ.সা.গু নির্ণয়ের প্রক্রিয়া
৬.৯ কিছু সমাধানযুক্ত ভাষা সমস্যা
৬.১০ ল.সা.গু.
৬.১০.১ কাম্য শিখন সামর্থ্য
৬.১০.২ গ.সা.গু. নির্ণয়ের প্রক্রিয়া
৬.১১ কিছু সমাধানযুক্ত সমস্যা
৬.১২ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন
৭.০ ভগ্নাংশ [Fraction]
৭.১ ভূমিকা
৭.২ উদ্দেশ্য
৭.৩ সামান্য ভগ্নাংশের বিভিন্ন প্রকার
৭.৪ কাম্য শিখন সামর্থ্য
৭.৪.১ জ্ঞানমূলক
৭.৪.২ বোধমূলক
৭.৪.৩ প্রয়োগমূলক
৭.৪.৪ দক্ষতামূলক
৭.৫ সামান্য ভগ্নাংশ
৭.৫.১ সামান্য ভগ্নাংশ নির্ণয়ের গাণিতিক নিয়ম
৭.৫.২ সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ
৭.৬ ভগ্নাংশের অন্যোন্যক
৭.৬.১ বৈশিষ্ট্য
৭.৭ দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা
৭.৭.১ দশমিক ভগ্নাংশের প্রকারভেদ
৭.৭.২ সসীম ভগ্নাংশকে সমান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর
৭.৮ অসীম ভগ্নাংশকে সমান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর

৭.৯ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৮.০ তথ্য ব্যবহার পদ্ধতি [Data Handling]

৮.১ ভূমিকা

৮.২ উদ্দেশ্য

৮.৩ কাম্য শিখন সামর্থ্য

৮.৪ শিখন সামর্থ্যভিত্তিক প্রশ্নের নমুনা

৮.৫ তথ্য বিন্যাস

৮.৬ তথ্য উপস্থাপন

- ৮.৬.১ তথ্যের চিত্ররূপ-ফ্রিকোয়েন্সী বহুভুজ, হিস্টোগ্রাম
- ৮.৬.২ মিনের ধারণা ও মিন নির্ণয়
- ৮.৬.৩ মিডিয়ানের ধারণা ও মিডিয়ান নির্ণয়
- ৮.৬.৪ আদর্শ বিচ্যুতির ধারণা ও আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়
- ৮.৬.৫ মিন, মিডিয়ান ও আদর্শ বিচ্যুতির গুরুত্ব

৮.৭ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৯. ঐকিক নিয়ম, শতকরা, সুদকষা, লাভক্ষতি

৯.১ ঐকিক নিয়ম

- ৯.১.১ ঐকিক নিয়ম সম্পর্কিত ভূমিকা
- ৯.১.২ উদ্দেশ্য
- ৯.১.৩ ঐকিক নিয়মের ধাপ
- ৯.১.৪ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৯.২ শতকরা

- ৯.২.১ ভূমিকা
- ৯.২.২ উদ্দেশ্য
- ৯.২.৩ কাম্য শিখন সামর্থ্য
- ৯.২.৪ শতকরার প্রয়োজনীয়তা
- ৯.২.৫ শতকরার ধারণা
- ৯.২.৬ শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক প্রশ্নের নমুনা
- ৯.২.৭ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৯.৩ সুদকষা

৯.৩.১ ভূমিকা

৯.৩.২ উদ্দেশ্য

৯.৩.৩ সুদকষা

৯.৩.৪ সমাধানযুক্ত সমস্যা

৯.৩.৫ চক্রবৃদ্ধি সুদ

৯.৩.৬ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

৯.৪ লাভক্ষতি

৯.৪.১ ভূমিকা

৯.৪.২ উদ্দেশ্য

৯.৪.৩ লাভক্ষতির ধারণার উপস্থাপন

৯.৪.৪ সমস্যা সমাধানে জ্ঞাতব্য বিষয়

৯.৪.৫ সমাধানযুক্ত সমস্যা

৯.৪.৬ শিখন সামর্থ্যভিত্তিক প্রশ্নের নমুনা

৯.৪.৭ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

১০.০ পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও জ্যামিতি

১০.১ পরিসীমা, ক্ষেত্রফল

১০.১.১ ভূমিকা

১০.১.২ উদ্দেশ্য

১০.১.৩ কাম্য শিখন সামর্থ্য

১০.১.৪ পাঠক্রমে অন্তর্ভুক্তির প্রয়োজনীয়তা

১০.১.৫ কাজের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার ধারণা

১০.১.৬ আবিষ্কার পদ্ধতির দ্বারা উপস্থাপন

১০.১.৭ সামর্থ্যভিত্তিক প্রশ্ন

১০.১.৮ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

১০.২ জ্যামিতি

১০.২.১ ভূমিকা

১০.২.২ উদ্দেশ্য

১০.২.৩ প্রাথমিকস্তরে জ্যামিতিক বিষয়বস্তুর প্রকৃতি

১০.২.৪ প্রাথমিকস্তরে জ্যামিতিক বিষয়বস্তুর তালিকা
১০.২.৫ পাঠের উপস্থাপন-ঘনবস্তু
১০.২.৬ রেখা
১০.২.৭ কোণের ধারণা ও তার শ্রেণিবিভাগ
১০.২.৮ কোণের শ্রেণিবিভাগ বোঝাতে ব্যবহারিক কাজ
১০.২.৯ দুটি কোণের পারস্পরিক সম্পর্কের ভিত্তিতে কোণের প্রকারভেদ
১০.২.১০ সামতলিক ক্ষেত্র
১০.২.১১ ত্রিভুজ ও তার শ্রেণিবিভাগ
১০.২.১২ ত্রিভুজ ও তার শ্রেণিবিভাগের ধারণা বাড়ানোর ব্যবহারিক কাজ
১০.২.১৩ চতুর্ভুজ ও চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ
১০.২.১৪ বৃত্ত ও তার বিভিন্ন অংশ
১০.২.১৫ বৃত্ত ও তার বিভিন্ন অংশ এবং কাম্য শিখন সামর্থ্য
১০.২.১৫.১ রেখা ও প্রকারভেদ
১০.২.১৫.২ কোণ ও প্রকারভেদ
১০.২.১৫.৩ ত্রিভুজ ও তার প্রকারভেদ
১০.২.১৫.৪ চতুর্ভুজ ও তার প্রকারভেদ
১০.২.১৬ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন
অ্যাসাইনমেন্ট

পাঠ একক – ১
Method Part

গণিত শিক্ষারউদ্দেশ্য ও পাঠ্যসূচী
(Objective of Mathametics teaching and Curriculum)

১.১. সূচনা (Introduction) ঃ

গণিত মূলত বিমূর্ত (Abstract)। অসংখ্য গাণিতিক নিয়ম শিক্ষার্থীকে জানতে হয়। প্রাথমিক স্তরে শিশু শিক্ষার্থীদের পরিনমণ স্তর অনেক নিচে থাকে। এই স্তরের শিক্ষার্থীরা শুধুমাত্র গাণিতিক নিয়ম গ্রহণ করতে পারেনা। গণিতের বিমূর্ত নিয়ম গুলো তৈরি হয়েছে বাস্তব হিসেব নিকেশের ফলাফল থেকে। বাস্তব অর্থাৎ মূর্ত ঘটনার ফলাফলের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে তৈরি হয়েছে গণিতের অজস্র বিমূর্ত নিয়ম। এই নিয়মগুলো হৃদয়ঙ্গম ও স্মৃতি নির্ভর করতে হলে প্রথমেই জানতে হবে মূর্ত ধারণা। এই মূর্ত ধারণার ফলাফল থেকেই গড়ে তুলতে হবে বিমূর্ত নিয়ম। তাই গণিত বিশেষ করে প্রাথমিক স্তরে প্রথমে মূর্ত বিজ্ঞান তারপরে এ বিষয়টি বিমূর্ত বিজ্ঞান। গণিত শিক্ষার মূল উদ্দেশ্য মূলতঃ শিক্ষামূলক উদ্দেশ্য, সাধারণ শিক্ষামূলক উদ্দেশ্য, ব্যবহারিক উদ্দেশ্য ও ভবিষ্যৎ শিক্ষার প্রস্তুতির উদ্দেশ্য। বাস্তব ফলাফলের সঙ্গে সঙ্গতপূর্ণ বিমূর্ত নিয়ম তৈরির সময় যুক্তি, বিজ্ঞান কাজ করে। তৈরি নিয়মের ফলাফল সর্বক্ষেত্রেই মূর্ত ধারণার অনুসারী। গণিতের মধ্য দিয়েই শিশুর যুক্তি ও বিচার বিশ্লেষণ বোধ খুব সুন্দরভাবে গড়ে তোলা যায়। Roger Becon-এর কথায় গণিত হল সমস্ত বিজ্ঞানের প্রবেশদ্বার ও চাবিকাঠি।

১.২. উদ্দেশ্য (Objectives) ঃ

এই পাঠ এককের বিষয়বস্তু পড়ে আপনি

- প্রাথমিক শিক্ষায় গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য জানতে পারবেন
- প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার পরিধি ব্যাখ্যা করতে পারবেন
- প্রাথমিক শিক্ষার পাঠক্রমে গণিত শিক্ষার স্থান জানতে পারবেন
- প্রাথমিক স্তরে গণিতের পাঠক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতি সমূহ ও প্রচলিত গণিতের পাঠ্যক্রম অনুধাবন করতে পারবেন

১.৩. প্রাথমিক শিক্ষায় গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য (Objectives of Mathematics teaching in Primary education) ঃ

প্রাথমিক শিক্ষা প্রকৃত জাতীয় শিক্ষাব্যবস্থার ভিত্তিকাল। প্রাথমিক শিক্ষার শিক্ষাক্রমের প্রতিবেদনে প্রাথমিক শিক্ষার উদ্দেশ্য ও কার্যকারিতা সম্পর্কে বলা হয়েছে, "শোষণমুক্ত গণতান্ত্রিক সমাজের উপযুক্ত সামাজিক ও মানসিক মূল্যবোধের বিকাশসাধন সামজিক ও প্রাকৃতিক পরিবেশ সম্পর্কে অন্ধবিশ্বাস ও কুসংস্কার মুক্ত বৈজ্ঞানিক মনোভাব গঠন এবং তদুনযায়ী নিজ জীবনচর্চার অভ্যস্ত হওয়ার উপযুক্ত ভিত্তি স্থাপন"। মূল লক্ষ্যের সঙ্গে সঙ্গতি রেখে গণিতের উদ্দেশ্য স্থির করা হয়েছে। সার্বজনীন প্রাথমিক শিক্ষাকে ফলপ্রসু করতে এবং সচেতন নাগরিক তৈরি করতে এই উদ্দেশ্যগুলি সাহায্য করবে।

১.৩.১. প্রাথমিক স্তরের প্রয়োজনীয় গাণিতিক মূল ধারণাগুলি সম্পর্কে জ্ঞান এবং ধারণারগুলি বাস্তব জীবনে প্রয়োগ করার দক্ষতা অর্জন ঃ

দৈনন্দিন জীবনে গণিত ওতপ্রতভাবে যুক্ত। প্রতিনিয়ত যে সব প্রক্রিয়াগুলি দরকার সেগুলি পর্যায়ক্রমে প্রথম শ্রেণি থেকে পঞ্চম শ্রেণি পর্যন্ত পাঠ্যসূচীতে দেওয়া হয়েছে। সংখ্যার ধারণা, যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ, স্বাভাবিক সংখ্যা, ভগ্নাংশ, দশমিক, গড়, ল.সা.গু, গ.সা.গু, শতকরা, ক্ষেত্রফল সাধারণ জ্যামিতির ধারণা প্রভৃতি সম্পর্কে ধারণা লাভ গণিত শিক্ষার প্রধান উদ্দেশ্য। ধারণা লাভ বা জ্ঞানলাভের কোনো মূল্য নেই যদি তা দৈনন্দিন জীবনে প্রয়োগ না করা যায়।

১.৩.২. দ্রুত ও নির্ভুল হিসাব করার দক্ষতা অর্জন ঃ

আমাদের জীবন গতিশীল। এই গতির সঙ্গে জীবনকে যুক্ত করা হল শিক্ষার উদ্দেশ্য। প্রতিটি ধারণার প্রয়োগ দ্রুত করতে হবে। শুধু দ্রুততা করলে হবে না তার সঙ্গে নির্ভুল ও হতে হবে।

১.৩.৩. যুক্তি ও বিচারশক্তি এবং সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা ঃ

গণিত শিখনে স্মৃতিশক্তির স্থান খুব কম। মুখস্থ করে গণিত শেখা যায় না। প্রতিটি ক্ষেত্রে বিচারশক্তির প্রয়োগ দরকার। গণিত শিক্ষার ফলে যুক্তি ও বিচারশক্তির প্রয়োগ দরকার। গণিত শিক্ষার ফলে যুক্তি ও বিচার শক্তির বিকাশ হয়। কারণ মানসিক শক্তির বৈশিষ্ট্যগুলি বিকশিত হয়। মানসিক শক্তির বৈশিষ্ট্যগুলি হল-সরলতা, নির্ভুলতা, ফলাফলের নিশ্চয়তা, মৌলিকতা, যুক্তির পরিমাপ এবং প্রয়োগ। গণিতের সমস্যা সমাধানের তিনটি ধারা-

১) সমস্যা বোঝা ও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে প্রতিটি তথ্য বিশ্লেষণ করা। সমস্যাটি পড়ে প্রথমেই প্রশ্ন করতে হয় কী দেওয়া আছে এবং কী করতে হবে।

২) প্রতিটি অংশের সঙ্গে সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে। পূর্বেকার অভিজ্ঞতা স্মরণ দরকার। এই স্তরে যুক্তি তর্ক প্রয়োজন।

৩) উপরোক্ত দুইটি স্তরের পর সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা সহজ হয়।

প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষায় যুক্তি, বিচারশক্তির উন্মেষ সাধনে ও সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা বৃদ্ধিতে যথেষ্ট সুযোগ দেওয়া হয়েছে। এসম্পর্কে রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পরিষদের বক্তব্য 'শিক্ষার্থীদের জীবনে অঙ্ক সমস্যার আকারে দেখা দেয়। সেই সমস্যাগুলিকে পর্যায়ক্রমিক প্রয়োজনীয়তা হিসাবে অঙ্কের ভাষায় প্রকাশ করবে, তারপর সমাধান করবে।"

১.৩.৪. ব্যবহারিক উদ্দেশ্য ঃ

অঙ্কের ইতিহাস পড়লে দেখা যায় যে, মানুষ ব্যবহারিক জীবনের প্রয়োজনের তাগিদ মেটাতে অঙ্ক সৃষ্টি করেছে। আদিম মানুষ অঙ্কের ভিতর দিয়েই জীবনযাপন করেছে। সভ্যতার ক্রমবিবর্তনে মানুষের প্রয়োজন যত বৈচিত্র্যমুখী হয়েছে গণিতের ব্যবহার ততই ব্যপকতর হয়েছে। Hogben বলেছেন, "Mathematics is the Mirror of civilization"—অর্থাৎ গণিত হচ্ছে সভ্যতার আয়না। এই প্রয়োজনের তাগিদ তার দৈনন্দিন ব্যবহারিক জীবনের নানা কাজ প্রভৃতির মধ্য দিয়ে আসতে পারে। বিদ্যালয় ও পরিবার জীবনে অনেক সমস্যাই গণিতের। সেগুলি সমাধানে গণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়া সাহায্য করে। গণিত ব্যবহারিক বিষয়। জ্ঞান অর্জন অপেক্ষা অর্জিত জ্ঞানকে ব্যবহারিক কাজে লাগানই গণিত শিক্ষার অন্যতম উদ্দেশ্য। বিভিন্ন ভাবে গাণিতিক প্রক্রিয়ার জ্ঞানের মূল্য নেই। শিক্ষার্থীর জীবনের সমস্যা সমাধানে জ্ঞানকে কাজে লাগানই গণিতের ব্যবহারিক মূল্য।

১.৩.৫. আবিষ্কারধর্মীতার উন্মেষ সাধন ঃ

নতুন আবিষ্কারের ক্ষেত্রে গণিতের প্রয়োগ অপরিহার্য। ডারউইন বলেছেন "Every new body of discovery is mathematical in form" শিক্ষার্থীরা শুধুমাত্র নিষ্ক্রিয় দর্শকের মত গাণিতিক ধারণা পাবে না। যে সকল ধারণা পূর্বেই আবিষ্কৃত হয়েছে শিক্ষার্থীরা নিজেরাই সেগুলি পুনরায় আবিষ্কার করবে। আগেই বলা হয়েছে সমস্যা সমাধানের মধ্য দিয়ে গণিতের সার্থক প্রয়োগ হয়। শিক্ষার্থীরা প্রতিটি সমস্যা নিজে চিন্তা করে আবিষ্কার করবার দক্ষতা অর্জন করবে। প্রয়োজনমত শিক্ষকের সাহায্য যে নিতে পারে। অর্থাৎ শিক্ষার্থীর আবিষ্কারের দৃষ্টিভঙ্গি গঠন করতে সাহায্য দরকার। অপরের চিন্তার ফল সে জানবে এবং সঙ্গে সঙ্গে পর্যবেক্ষণ করার ক্ষমতা চিন্তাশীল হবার ক্ষমতা অর্জন করবে ও নিজে অনুসন্ধান ও গবেষণা করার প্রাথমিক অভ্যাস গঠন করবে।

১.৩.৬. গাণিতিক ধারণার যথোপযুক্ত প্রয়োগ এবং অনুশীলনের মাধ্যমে দক্ষতা অর্জন ঃ

গণিতের প্রয়োগ শিক্ষা বিজ্ঞানের বিভিন্ন জায়গায়। গণিত শিক্ষার মধ্যে নিম্নের উদ্দেশ্যগুলিও বিদ্যমান। যেমন—

ক) উচ্চতর গণিত শিক্ষার ভিত তৈরি হবে,

খ) সামান্যীকরণ অভ্যাস গঠিত হবে,

গ) মানসিক শক্তির বিকাশ সাধনে সাহায্য করবে,

ঘ) প্রতীকমূলক ভাষা ব্যবহারের ক্ষমতা তৈরি হবে,

সুতরাং বিজ্ঞান ও যন্ত্র যে বিপ্লব সাধন করছে তাকে ব্যক্তির, জাতির ও দেশের কল্যাণ লাগানোর জন্য গণিত শিক্ষা অপরিহার্য।

১.৩.৭. N.C.F. (2005) অনুযায়ী গণিত শিক্ষার লক্ষ্য :

গণিত শিক্ষার লক্ষ্য দু'ধরনের—

(১) সংকীর্ণ লক্ষ্য (Narrow Aim) : সংকীর্ণ লক্ষ্য হল শিক্ষার্থীর মধ্যে সমাজোপযোগী, দৈনন্দিন জীবনের উপযোগী এবং অর্থনৈতিক বিকাশের লক্ষ্যে গণিতের কয়েকটি ন্যূনতম বিষয় শিক্ষাদান। এর মধ্যে আছে সংখ্যার ব্যবহার— সংখ্যা লিখতে, গুণতে ও বলতে পারা; গণিতের কয়েকটি মৌলিক প্রক্রিয়া— বিভিন্ন রাশির পরিমাপ, ভগ্নাংশ, শতাংশ ও অনুপাত। এই লক্ষ্য তাদের কাছেই বেশি প্রযোজ্য যারা বিদ্যালয়ের শিক্ষা সম্পূর্ণ করবে না বা প্রাথমিক বিদ্যালয়ের পরেই বিদ্যালয় ত্যাগ করবে।

(২) বৃহত্তর উদ্দেশ্য (Higher Aim) : গণিত শিক্ষার বৃহত্তর লক্ষ্য হল শিক্ষার্থীর অভ্যন্তরীণ সম্ভাবনার বিকাশ ঘটানো (সৃষ্টিধর্মী চিন্তার বিকাশ)। এই লক্ষ্য হল গণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়া শিখনের সাথে সমার্থক। এই প্রক্রিয়া শিখন সম্পন্ন হবে পরিবর্তনশীল, নমনীয় ও স্বাধীন পরিবেশে। প্রথাগত শিক্ষাপদ্ধতির মাধ্যমে গণিত শিক্ষার বৃহত্তর লক্ষ্যে উপনীত হওয়া একরকম প্রায় অসম্ভব। সংকীর্ণ লক্ষ্য থেকে বৃহত্তর লক্ষ্যের দিকে এগিয়ে যাওয়ার প্রচেষ্টা শিক্ষক এবং শিক্ষার্থী উভয়ের মধ্যে থাকবে।

১.৩.৮ বিদ্যালয় সিলেবাস বিশেষজ্ঞ কমিটি, প.ব. বিদ্যালয়ের পাঠক্রম ক্রম এমনভাবেই তৈরি করেছেন যাতে গণিত পাঠের সাথে সাথে অন্যান্য পাঠের সমন্বয় ঘটে। এছাড়াও অন্যান্য উদ্দেশ্যগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হল—

- স্বাধীন চিন্তার বিকাশ
- আনন্দের পরিবেশ সৃষ্টি করা

- পরিবেশের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে সমর্থ করা
- পূর্ববর্তী অভিজ্ঞতার সাহায্যে বিভিন্ন তথ্য ও ঘটনার ব্যাখ্যা দেওয়া
- গাণিতিক কাজের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর যুক্তিশক্তির বিকাশ ঘটানো
- মূর্ত থেকে বিমূর্ত চিন্তনের দিকে এগিয়ে যেতে সাহায্য করা
- যান্ত্রিক মুখস্থ বিদ্যার পরিবর্তে বিচারশক্তি বিকাশে সাহায্য করা

১.৩.৯ প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার সমস্যা

গণিত শিক্ষার সমস্যাকে আমরা প্রধানত পাঁচভাগে ভাগ করতে পারি :

(১) শিক্ষার্থী সম্পর্কিত সমস্যা :

i) শ্রেণিতে বিভিন্ন সামর্থ্যযুক্ত শিক্ষার্থীর সমাবেশ

ii) অধিকাংশ শিক্ষার্থী বংশে প্রথম গণিত শিখছে

iii) শিক্ষার্থীর গণিত ভীতি

iv) শিক্ষার্থীর উদ্যম ও উদ্যোগের অভাব

v) বিদ্যালয়ে দীর্ঘ অনুপস্থিতি

vi) গাণিতিক হিসাবনিকাশে উৎসাহের অভাব

vii) বাড়ীতে এবং বিদ্যালয়ে শেখার পদ্ধতিতে বিরাট ব্যবধান

(২) শিক্ষক সম্পর্কিত সমস্যা

i) শিক্ষকের উপযুক্ত প্রশিক্ষণের অভাব

ii) গণিতের প্রতি অনেক শিক্ষকের উপযুক্ত দৃষ্টিভঙ্গির অভাব

iii) প্রাথমিক বিদ্যালয়ে গণিতে দক্ষ শিক্ষকের উপর সব শ্রেণির গণিত শিক্ষার দায়িত্ব দেওয়া হয় না।

(৩) বিদ্যালয় সম্পর্কিত সমস্যা :

i) বিদ্যালয়ে শিক্ষকের অভাব

ii) অনেক সময় গণিত শিক্ষার উপকরণের অভাব

iii) যথেষ্ট সময়ের অভাব

iv) একই ঘরে একাধিক শ্রেণির অবস্থান শিক্ষায় অসুবিধার সৃষ্টি করে

v) গণিত শিক্ষার সনাতন মূল্যায়ন পদ্ধতি অনেক ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শিখনে উদ্বুদ্ধ করে।

vi) গঠনমূলক মূল্যায়ন অনেক ক্ষেত্রেই নানা কারণে বিঘ্নিত হয়।

(৪) গণিত শিখনে প্রক্রিয়াগত অসুবিধা—

i) বাংলায় সংখ্যা উচ্চারণে বিতর্কের অবকাশ থাকে যেমন 22—বাইশ, 32—বত্রিশ (বাত্রিশ নয়), 42—বিয়াল্লিশ, 52— বাহান্ন। দৃশ্যত এইসব উচ্চারণে কোন সাযুজ্য নেই কিন্তু ইংরাজীতে আছে।

ii) শিক্ষার্থীরা মৌলিক এবং বিজোড় সংখ্যার মধ্যে, জোড় এবং যৌগিক সংখ্যার মধ্যে গণ্ডোগোল করে ফেলে। গুণনীয়ক এবং গুণিতকের মধ্যে ঠিকমত পার্থক্য করতে পারে না।

iii) শূন্যের বিভিন্ন অবস্থিতি ও তার তাৎপর্য শিক্ষার্থীরা ঠিকমত বুঝতে পারে না যেমন, শূন্য সংখ্যাটির অর্থ, 10-এ শূন্যের অর্থ, 01-এ শূন্যের অর্থ ইত্যাদি।

iv) অন্যস্থানে শূন্যের অর্থ যেমন 0.1, 12.00 বোঝানো অসুবিধা জনক। 12 টাকাকে আমরা প্রায়ই লিখি 12.00 টাকা। এখানে দুটি শূন্যের অর্থ ঠিকমত বোঝান যায় না।

v) 0.12-কে আমরা পয়েন্ট বারো না বলে আমরা কেন বলি শূন্য দশমিক এক দুই?

vi) 4 × 6 এবং 6 × 4-এর মধ্যে পার্থক্য সবসময় বোঝানো সম্ভব হয় না।

(৫) গণিতে পাঠ্যপুস্তক ব্যবহারে অসুবিধা :

i) অনেক চিত্র, নকশা এবং রং শিক্ষার্থীকে গণিত শিক্ষার আসল উদ্দেশ্য থেকে অনেক দূরে নিয়ে যায়।

ii) প্রাথমিক শিক্ষার্থীদের ভাষার দক্ষতা সীমিত। তাই শিক্ষক এগিয়ে না এলে শুধুমাত্র নিজেরা পড়ে অনেক সমস্যার সমাধান তাদের কাছে অধরা থেকে যায়।

iii) প্রথম থেকে তৃতীয় শ্রেণির শিক্ষার্থী যারা বড় বড় হরফে লেখে তাদের তুলনায় কাজের পাতার ঘরগুলি খুব ছোট।

iv) 'হারিয়ে যাওয়া সংখ্যা খুঁজি' (শ্রেণি-তৃতীয়, গণিত, পৃ: 195) কৌশলটি গণিতে সৃজনশীলতা বৃদ্ধিতে খুবই উপযোগী কিন্তু গণিতে দুর্বল শিক্ষার্থীরা এটা ভালোভাবে নেয় না।

১.৪. প্রাথমিক স্তরে গণিত শিক্ষার পরিধি

যত দিন যাচ্ছে তত গণিতের ব্যবহার ব্যপকহারে বৃদ্ধি পাচ্ছে। আদিম মানুষ শুধু মূর্ত বস্তুগুলি প্রত্যক্ষ করত। প্রয়োজনের তাগিদে সে সমাজবন্ধ হল। আর এই প্রয়োজনের তাগিদই তাকে সংখ্যা ও পরিমাপ ব্যবহার করতে শেখাল। গণিতের বিষয়বস্তুর বিস্তৃতি ঘটেছে। Roger Bacon-এর মতে "Mathematics is the gate and key of all Sciences" প্রাথমিক শিক্ষাও সমগ্র শিক্ষা ব্যবস্থার ভিত্তি কাল। যেহেতু শিক্ষার্থীদের বয়স সাধারণত ৫ থেকে ১০ বছর তাই বয়স ও মানসিকতার উপর এই শিক্ষার পরিধি ঠিক করা হয়েছে। তার আশেপাশের পরিবেশ ও অভিজ্ঞতার ক্ষেত্রগুলিই তার গণিতের পরিধি। সাধারণত: গণিতের পরিধি হল

ক) সামাজিক ও রাজনৈতিক জীবনযাপন

খ) অর্থনীতি

গ) বিজ্ঞানের সকল শাখা

ঘ) চিকিৎসা বিজ্ঞান

ঙ) যুক্তিবোধ ও বিচার শক্তি

চ) বৈজ্ঞানিক মানসিকতা

ছ) সঙ্গীত ও চারুকলা

১.৫. প্রাথমিক স্তরে গণিতের পাঠ্যক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতিসমূহ ও প্রচলিত গণিতের পাঠ্যক্রম ঃ

শিক্ষার লক্ষ্যের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে পাঠ্যক্রম হওয়া দরকার কারণ পাঠ্যক্রম শিক্ষার লক্ষ্যে পৌঁছে দেয়। পাঠ্যক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতিগুলি হল—

ক) পাঠ্যক্রম হবে উদ্দেশ্যমুখী-প্রচলিত পাঠ্যক্রম গণিত শিক্ষার অনেকগুলি উদ্দেশ্যের মধ্যে প্রধান হচ্ছে গাণিতিক ধারণাগুলির জ্ঞানলাভ ও ব্যবহারিক জীবনে তা প্রয়োগ করার পটুত্ব অর্জন এবং দ্রুত ও নির্ভুলভাবে সমস্যা সমাধান করতে পারা। উপরোক্ত লক্ষ্যে পৌঁছানোর জন্য গাণিতিক ধারণাগুলির ব্যাখ্যামূলক বক্তব্য রাখা হয়েছে। এগুলি পাঠক্রমে গতিধারা বুঝতে সাহায্য করে।

খ) শিক্ষার্থীর ব্যক্তিগত ও সমাজগত চাহিদার সমন্বয় ঘটবে গণিত বিমূর্ত বিষয়। তবুও যেখানেই সুযোগ আছে শিশুর চাহিদাকে প্রাধান্য দেওয়া। বিভিন্ন শ্রেণিতে যথেচ্ছ ছবির ব্যবহার, মূর্ত জিনিস দ্বারা গণিত শিক্ষা, কাজের মাধ্যমে গণিত শিক্ষা, জীবনের ও অভিজ্ঞতার সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত উদাহরণ প্রদান, এগুলি করা দরকার।

গ) দৈনন্দিন জীবনে গণিতের ব্যবহারিক প্রয়োগের সুযোগ গণিত শিক্ষার লক্ষ্যেও ব্যবহারিক প্রয়োগের কথা বলা হয়েছে। গাণিতিক ধারণার কোনো মূল্য নেই যাদি না শিখিয়ে শিক্ষার্থীর অভিজ্ঞতাকে সমস্যাকারে উপস্থাপন করা যায়।

ঘ) গণিতের পাঠক্রম হবে বিস্তৃত শুধু গণিতের পাঠ্যপুস্তক ও গণিতের শ্রেণির মধ্যে গণিত সীমাবদ্ধ থাকবে না। প্রচলিত পাঠক্রম আমরা গণিতের পাঠ্যক্রমের বিস্তৃত রূপ দেখতে পাই। খেলার মাঠ, উৎপাদনাত্মক বা সৃজনাত্মক কাজ প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতামূলক কাজ বা বিষয় শিক্ষনের যেখানেই সংখ্যা বা পরিমাপ আছে তাই গণিতের বিষয়বস্তু, খেলারমাঠ, গ্রন্থাগার, গৃহ পরিবেশ, কৃষিক্ষেত্র, বিভিন্ন সমাজ সেবামূলক প্রতিষ্ঠান ও সেখানকার কাজ প্রভৃতি স্থানের লব্ধ অভিজ্ঞতার আদান প্রদান ও সুযোগের মাধ্যমে গণিতের পাঠ্যক্রম তৈরি হয়েছে।

ঙ) পাঠ্যক্রম হবে অবিভাজ্য-পাটিগণিত ও জ্যামিতি এই দুই শাখা নিয়ে প্রাথমিক শিক্ষার গণিত। কিন্তু শাখাটি অবিভাজ্য হিসাবে অবস্থান করছে। গণিতের ব্যবহারিক প্রয়োগের উপর বেশি জোর দেওয়া হয়েছে। তাই প্রত্যেকটি বিষয়বস্তুর সঙ্গে সুসম্পর্ক যুক্ত হয়েছে।

চ) পাঠ্যক্রম হবে স্বয়ংসম্পূর্ণ। এই শিক্ষার শেষে অনেকেই উচ্চশিক্ষা নেবেনা। যারা তা নেবে না তাদের শিক্ষা ব্যর্থ হবে না। প্রাথমিক শিক্ষায় লব্ধ তার গণিতের ধারণাগুলি তার চলার পথে সাহায্য করবে। জীবন ও জীবিকাতে সে স্বাবলম্বী হতে পারবে। জীবনের সর্বক্ষেত্রে গণিতকে প্রয়োগ করার শিক্ষার উপর জোর দেওয়া হয়েছে।

ছ) পাঠ্যক্রমে বিষয়বস্তুর ভার থাকবেই না প্রচলিত গণিতের পাঠ্যক্রম শিশুকেন্দ্রিক। বিষয়বস্তুর ভার অপেক্ষা অনুশীলন ও প্রয়োগের উপর বেশি জোর দেওয়া হয়েছে। প্রথমে সংখ্যা চেনা, শূন্যের ধারণা, স্থানীয় মানের ধারণা যোগ ও বিয়োগ ইত্যাদি শ্রেণিভিত্তিক আলোচনা করলে দেখব বিষয়বস্তু মোটেই ভারাক্রান্ত নয়।

১.৬. প্রাথমিক শিক্ষার পাঠ্যক্রমে গণিত শিক্ষার স্থান ঃ

বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির যুগে আধুনিক সমাজে গণিতের স্থান অপরিহার্য। প্রথাগত শিক্ষার সর্বনিম্ন স্তরই হল প্রথমিক শিক্ষা। আমাদের দেশে একটি বিরাট অংশ প্রাথমিক শিক্ষান্তে পড়াশুনা বন্ধ করে দেয়। বর্তমানে শিক্ষার অধিকার আইনের জন্য পড়াশুনা ছাড়ার প্রবণতা কমানো গেছে। সামাজিক আচরণে অভ্যস্ত হয়ে সমাজ জীবনে নিজেকে খাপ খাইয়ে নেওয়া শিক্ষার অন্যতম লক্ষ্য। এই লক্ষ্য পূরণে প্রতিটি শিশুর প্রাথমিক শিক্ষা একান্ত কাম্য। গণিতের মূল লক্ষ্য ও উদ্দেশ্যর দিকে দৃষ্টি দিলে দেখা যায় প্রাত্যহিক জীবনে বিভিন্ন কর্মধারার সঙ্গে গণিতের প্রত্যক্ষ সংযোগ অপরিসীম। প্রতিটি ব্যক্তিকেই দৈনন্দিন কর্মজীবনে গণিত প্রয়োগ করতে হয়। তাই গণিত হল প্রয়োগ বিজ্ঞান। প্রাথমিক শিক্ষা শেষ করে আর পড়শুনা না

করলেও যাতে প্রতিটি ব্যক্তি ব্যবহারিক প্রয়োজনে গাণিতিক ধারণাগুলি গড়ে তুলতে পারে তাই প্রাথমিক স্তরেই গণিতের মূল ধারণাগুলি রাখা হয়েছে। গণিতের মাধ্যমে প্রতিটি মানুষের মধ্যে যুক্তি ও বিচার বিশ্লেষণ বোধ গড়ে ওঠে। গণিতের বিমূর্ত নিয়মগুলো গড়ে উঠেছে বাস্তব ফলাফলের সঙ্গে সামঞ্জস্য রেখে, যুক্তি ও বিচারবোধ সংমিশ্রণ ঘটিয়ে অর্থাৎ গণিতে সঠিক যুক্তির অবকাশ আছে। শিশুর মধ্যে যুক্তি ও বিচারবোধ গড়ে তুলতে হলে প্রাথমিক স্তর থেকেই গণিতের প্রয়োজন আছে। প্রাথমিক স্তরের মূল গাণিতিক ধারণাগুলি হবে শিক্ষার ভিত্তি ভূমি।

১.৭. প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের পাঠ্যসূচী- প্রাথমিক স্তরের নতুন পাঠ্যসূচী দেখুন

১.৮. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

ক) প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের উদ্দেশ্যগুলি কি কি?

খ) প্রাথমিকে গণিতের বিস্তৃতি লিখুন।

গ) প্রাথমিকক স্তরে গণিত শিক্ষার মূল ধারণাগুলি কি কি?

ঘ) প্রাথমিকের বিভিন্ন স্তরে গণিতের পাঠ্যসূচীর সংক্ষিপ্ত বর্ণনা করুন।

(ঙ) N.C.F. (2005) অনুযায়ী গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যগুলি কী?

(চ) প.ব. বিদ্যালয় সিলেবাস এক্সপার্ট কমিটির গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যগুলি লিখুন।

১.৯. সারসংক্ষেপ

- সূচনা
- উদ্দেশ্য
- প্রাথমিক শিক্ষায় গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য
- প্রাথমিক স্তরে গণিতের পরিধি
- প্রাথমিক স্তরে গণিতের পাঠ্যক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতিসমূহ ও প্রচলিত গণিতের পাঠক্রম
- প্রাথমিক শিক্ষার পাঠক্রমে গণিত শিক্ষার স্থান
- প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের পাঠ্যসূচী

১.১০. অনুশীলনী

ক) প্রাথমিক শিক্ষায় গণিতের উদ্দেশ্য বর্ণনা করুন।

খ) গণিত শিক্ষার ব্যবহারিক উদ্দেশ্য বলতে কী বোঝায়?

গ) প্রাথমিক স্তরে গণিতের পরিধি বলুন।

ঘ) প্রাথমিক স্তরে গণিতের পাঠ্যক্রম নির্ধারণের মৌলিক নীতিসমূহ বর্ণনা করুন।

ঙ) প্রাথমিক শিক্ষার পাঠক্রমে গণিত শিক্ষার স্থান কোথায়?

চ) বিভিন্ন শ্রেণিতে গণিতের পাঠ্যসূচীর সংক্ষিপ্ত বর্ণনা করুন।

পাঠ একক – ২

পঠন পদ্ধতি
(Method of Teaching)

২.১ সূচনা

জাতীয় পাঠ্যক্রমের রুপরেখায় পাঠন পদ্ধতি মূলত শিশুকেন্দ্রিক হওয়ার প্রস্তাব করা হয়েছে। কাজের মাধ্যমে বা (Constructive) পদ্ধতি পশ্চিমবঙ্গ তথা ভারতবর্ষে প্রায় সব রাজ্যেই ব্যবহার করার চেষ্টা চলছে। গাণিতিক ধারণা ও প্রক্রিয়াগুলি মূলত বিমূর্ত বিষয় ও যুক্তিনির্ভর। এক্ষেত্রে শিশু ও শিক্ষকের স্থানের মধ্যে ধারাবাহিকতা বজায় রেখে গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলি শিখতে হবে। কারণ গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির মধ্যে পর্যায়ক্রমিক সম্পর্ক বিদ্যমান। তাই শিশুর মানসিক বিকাশ ও আগ্রহের ভিত্তিতে এবং যুক্তি নির্ভর প্রাণালীতে বিষয়বস্তুর বিন্যাস ও পাঠদান পদ্ধতি প্রয়োগ করে অগ্রসর হওয়া বাঞ্ছনীয়।

২.২. উদ্দেশ্য

এই পাঠ এককের বিষয়বস্তু পড়ে আপনি

- পঠন পদ্ধতির বিভিন্ন প্রনালী জানতে পারবেন
- প্রাথমিক স্তরের গণিতে মূর্ত থেকে বিমূর্ত নীতির গুরুত্ব জানতে পারবেন
- বিভিন্ন পদ্ধতির গুরুত্ব জানতে পারবেন।

২.৩ মনোবৈজ্ঞানিক ও যুক্তিনির্ভর প্রণালীর তুলনা

২.৩.১ মনোবৈজ্ঞানিক প্রনালী ঃ

শিশুর আগ্রহ ও রুচি ও মানসিক বিকাশ অনুযায়ী গণিত শিক্ষা হবে। শিশু কেন্দ্রিক শিক্ষায় শিশুর জন্যই পাঠ্যক্রম। এই জন্য গণিতের বিষয়বস্তু নির্বাচনে শিশুর চাহিদা প্রাধান্য পাবে। এই প্রনালীতে স্মৃতির উপর চাপ কম পড়ে। স্বভাবতই এই প্রনালীতে স্বাভাবিক ভাবেই আগ্রহ ও মনোযোগ আসে। কারণ বস্তু নির্ভর জ্ঞানের বিকাশের জন্য নানা মূর্ত উপকরণ ব্যবহৃত হয়। গাণিতিক ধারণা গুলি স্পষ্ট ও অর্থপূর্ণ হয়। ফলে নির্ভুলভাবে ও দ্রুততার সঙ্গে লব্ধ ধারণাকে প্রয়োগ করতে পারে। এই প্রণালীতে সরল থেকে জটিল, মূর্ত থেকে বিমূর্ত, জানা থেকে অজানা প্রভৃতি পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। এই প্রনালীতে শিক্ষাদান কালে শিক্ষকের স্বাধীনতা থাকে। শিশুর চাহিদা অনুসারে বিষয়বস্তু শিক্ষায় প্রক্রিয়া ও পদ্ধতি নির্বাচনে স্বাধীনতা থাকে।

২.৩.২. যুক্তি নির্ভর প্রনালী ঃ

এই প্রনালীতে গণিত শিখনে তথ্যমূলক জ্ঞানের উপর জোর দিতে হয়। যুক্তি ও বিচারবোধ প্রধান। স্মৃতি ও মুখস্থর উপর চাপ পড়ে। ফলে সব শিশুর আগ্রহ ও মনোযোগ না আসা স্বাভাবিক। বস্তুর নিরপেক্ষ চিন্তা ব্যবহার বেশি হয় যা এই বয়সের শিশুর উপযোগী নয়। নির্ভুলভাবে ও দ্রুততার সঙ্গে অঙ্ক করতে পারলেও সে ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রয়োগ করতে পারে না। জ্ঞান এখানে জ্ঞানের জন্য, ব্যবহারের জন্য নয়। এই প্রনালীতে আরোহী ও অবরোহী পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। এই প্রনালীতে শিক্ষাদান কালে শিক্ষকের কোনো স্বাধীনতা থাকে না।

২.৩.৩. প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষায় মনোবৈজ্ঞানিক প্রনালী ও যুক্তি নির্ভর প্রনালীর সমন্বয় ঃ

প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষার পাঠক্রম নির্বাচনে, সংগঠনে ও পদ্ধতিতে উভয় প্রনালীর সুন্দর সমন্বয় ঘটেছে। প্রথম শ্রেণি থেকে পঞ্চম শ্রেণি পর্যন্ত পুস্তকের সর্বত্র এই সমন্বয় লক্ষ্য করা যায়। নিম্নে একটি উদাহরণ লক্ষ্য করলে পরিষ্কার হবে—

ক) প্রথম শ্রেণিতে প্রথমেই সংখ্যার ধারণা না দিয়ে কম/বেশি, ছোট/বড়, হাল্কা/ভারী প্রভৃতি ধারণাগুলি ছবি ও বস্তু দিয়ে বোঝান হয়েছে। এটি মনোবিজ্ঞান সম্মত। কিন্তু পরে এই ছবিকে সংখ্যায় রূপান্তরিত করা হয়েছে। এটা যুক্তি নির্ভর পদ্ধতি।

খ) যোগ শিক্ষার পর বিয়োগ শিক্ষা যুক্তি নির্ভর প্রনালী। কিন্তু প্রথম শ্রেণিতে সমান ও অসমানের ধারণা থেকে যোগ ও বিয়োগ এক সঙ্গে শেখানোর কথা বলা হয়েছে। কোনটি আগে বা কোনটি পরে নয়। এই প্রনালী মনোবিজ্ঞান সম্মত।

গ) পূর্ণ সংখ্যার ধারণার পর ক্রমান্বয়ে দশমিক, ভগ্নাংশ, গড়, জ্যামিতিক শিক্ষা যুক্তি নির্ভর প্রনালী অনুসরণ করা হয়েছে। কিন্তু জ্যামিতির ক্ষেত্রে সংজ্ঞা শেখান বা মুখস্থ করতে নিষেধ করা হয়েছে। জ্যামিতির বিষয়বস্তুর ধারণা ও তার প্রয়োগের উপর বেশি জোর দেওয়া হয়েছে। এই প্রণালী সম্পূর্ণ মনোবৈজ্ঞানিক সম্মত।সরল অঙ্কের পরিবর্তে পর্যায়ক্রমিক সমস্যাবলী দেওয়া হয়েছে যা মনোবিজ্ঞান সম্মত।

ঘ) পুস্তক কেন্দ্রিক জ্ঞানের মধ্যে গণিতকে সীমাবদ্ধ রাখা হয় নি। শিশুর কাজ খেলা অর্থাৎ সক্রিয়তাকে গণিত শিক্ষার কাজে লাগান হয়েছে। গণিতের যুক্তি নির্ভরতা স্বীকার করা হয়েছে। কিন্তু যেখানেই সুযোগ আছে সেখানেই মনোবৈজ্ঞানিক প্রনালীকে কাজে লাগান হয়েছে। ফলে গণিতের ধারাবাহিকতা, বিষয় বৈচিত্র্য ও বিমূর্ত চিন্তার বিকাশ এবং সঙ্গে সঙ্গে শিশুর রুচি আবেগ ও চাহিদা বিকাশ—এই দুই বিকাশের সমন্বয়ে প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষার পাঠ্যক্রম ও তার পদ্ধতি সমূহ গড়ে উঠেছে।

২.৪. মূর্ত থেকে বিমূর্ত অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতি ঃ

গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্য শিক্ষার্থীকে বিমূর্ত চিন্তন স্তরে নিয়ে যাওয়া। একথা স্বীকার করেও আমরা সচেষ্ট হলেই শিশুর জগতে বিমূর্ত সংখ্যাকে মূর্ত সংখ্যায় ব্যক্ত করতে পারি। প্রাথমিক শিক্ষায় শিশুর বয়স সাধারণত ৫-১০ বছর। ৫-৭ বছরের শিশুরা বিমূর্ত চিন্তা করতে পারে না। তাই মূর্ত বস্তুকে ও সংখ্যাকে অভিন্ন করে দেখতে হবে। শিশুর আগ্রহ সৃষ্টির জন্য তার অভিজ্ঞতাকে প্রাধান্য দিতে হবে। তার অভিজ্ঞতার জগতে সংখ্যা ও পরিমাপের মূর্ত স্থানগুলি চিহ্নিত করে গণিত শিখনে কাজে লাগাতে হবে। গণিতের সমস্যাগুলি তার অভিজ্ঞতার গন্ডী থেকে নির্বাচিত করতে হবে। তা হলে বিমূর্ত তার কাছে মূর্ত রূপে ধরা পড়বে। খেলনার বিভিন্ন সামগ্রী, ভাইবোন বা আত্মীয়স্বজন, পাড়া প্রতিবেশী, বিদ্যালয়ের পরিচিতি-বিদ্যালয়ের ঘর, জানালা, দরজা, বেঞ্চ, টেবিল, আলমারি, ক্যালেন্ডার, বিভিন্ন খেলা ও কাজের মাধ্যমে প্রাথমিক স্তরের বিভিন্ন ধারণা দেওয়া যায়। গণিতের সমস্যাগুলি তাদের অভিজ্ঞতার ক্ষেত্র থেকে নির্বাচন করতে হবে। বিভিন্ন স্থানের পরিবেশ বিভিন্ন। আবার বিভিন্ন শিশুর অভিজ্ঞতাও বিভিন্ন। তাই গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলি বিচ্ছিন্নভাবে না শিখিয়ে সমস্যার আকারে উপস্থাপন করতে হবে। পাঠ্য পুস্তকের উদাহরণগুলি প্রয়োজনে ব্যবহার করা যেতে পারে। কিন্তু সমস্যাগুলি বা বিষয়বস্তু অবশ্যই শিশুর অভিজ্ঞতার উপর হবে। অভিজ্ঞতা দুরকমের। উপরের অভিজ্ঞতাগুলি প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতা। পরোক্ষ অভিজ্ঞতাও তাকে সাহায্য করবে। পরোক্ষ অভিজ্ঞতার সাহয্যেও গণিত শেখান যায়। এই জন্য শিক্ষক কয়েকটি প্রজেক্ট নির্বাচিত করে কাজের মাধ্যমে গণিত শেখাতে পারেন।

২.৪.১ প্রাথমিক স্তরের গণিতে মূর্ত থেকে বিমূর্ত নীতির গুরুত্ব ঃ

গণিত একটি বিমূর্ত বিজ্ঞান। গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলি মুলত বিমূর্ত নিয়মে আবদ্ধ। প্রাথমিক স্তরের শিশুদের মানসিক বিকাশ এত কম থাকে যে গাণিতিক প্রক্রিয়ার বিমূর্ত নিয়ম তাদের আকৃষ্ট করে না। আবার গণিত প্রয়োগমূলক বিজ্ঞান। প্রত্যেকের ব্যবহারিক জীবনে গণিত ওতপ্রোতভাবে জড়িত। আমাদের দেশের বেশির ভাগ বিদ্যালয়গুলিতে শিক্ষার্থীদের কাছে বিমূর্ত বিষয় হিসাবে গণিতকে উপস্থাপন করা হয় ফলত শিক্ষার্থীরা গণিতে পিছিয়ে পড়ে। গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির কেবলমাত্র বিমূর্ত ধারণা শিক্ষার্থী ব্যবহারিক জীবনে সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারে না, তাই প্রাথমিক স্তরে মূর্ত থেকে বিমূর্ত ধারণা নীতিটি অনুসরণ করতে হবে। প্রথমে পরিচিত বস্তু বা জিনিষের মাধ্যমে বাস্তব ধারণার মাধ্যমে গণিতের বিমূর্ত ধারণায় পৌঁছাতে হয়। গাণিতিক ধারণাগুলি মূর্ত ধারণার মধ্য দিয়ে বিমূর্ত ধারণায় পৌঁছালে শিক্ষার্থীর বিমূর্ত ধারণাটি স্পষ্ট ও যুক্তিপূর্ণ হয়। এই নীতির মধ্য দিয়ে গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির বিমূর্ত নিয়ম শিখলে শিক্ষার্থীর কাছে আকর্ষণীয় হওয়ায় তারা পাঠ গ্রহণে অধিকতর আগ্রহী হয়। বাস্তব ধারণার মধ্য দিয়ে গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির বিমূর্ত নিয়ম শিখলে শিক্ষার্থীর শিখন সহজ বোধ্য ও দীর্ঘস্থায়ী হয়। এই নীতিতে বাস্তব উপকরণের ব্যবহার হয় বলে শিক্ষার্থীর একাধিক ইন্দ্রিয়ের ব্যবহার হয় ফলে শিক্ষার্থীর শিখন সহজ হয়। এই নীতির সঠিক প্রয়োগ হলে শিক্ষার্থীর যুক্তি ও বিচারবোধ বৃদ্ধি পায় এবং সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষমতা তৈরি হয়।

২.৫ আবিষ্কার মূলক পদ্ধতি (Heuristic Method)

আবিষ্কার মূলক পদ্ধতির উদ্ভব গ্রীক শব্দ Heuristic Method থেকে, যার অর্থ আমি আবিষ্কার করি। অর্থাৎ গণিতে যে সকল তথ্য পূর্বে আবিষ্কৃত হয়েছে শিক্ষার্থীরা সেগুলি নিজে থেকে নূতন করে আবিষ্কার করে। কোনো চাপান তত্ব বা তথ্য গ্রহণ নয়। সক্রিয়তার মধ্য দিয়ে তারা তত্ব ও তথ্যকে পরীক্ষা ও পর্যবেক্ষণ করে আবিষ্কারের আনন্দ পায়।

২.৫.১. এই পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য ঃ

আবিষ্কার মূলক পদ্ধতির বৈশিষ্ট্যগুলি হল—

ক) শিক্ষনীয় বিষয়টি সমস্যার আকারে শিক্ষক উপস্থাপন করেন।

খ) শিক্ষার্থী সমস্যাটিকে বিশ্লেষণ করে ও নিজের চেষ্টায় সমস্যা সমাধান করে।

গ) এই পদ্ধতিটি একক পদ্ধতি। শিক্ষার্থী সক্রিয়ভাবে অংশ নিয়ে নিজে নিজে সমস্যার সমাধান করে।

ঘ) শিশু যুক্তিপূর্ণ চিন্তার সুযোগ পায়। অপরের সাহায্য ছাড়া স্বাধীনভাবে সমস্যাটি বিশ্লেষণ করতে ও চিন্তা করতে শেখে।

ঙ) পরীক্ষা নিরিক্ষার মধ্য দিয়ে শেখার ফলে শিশুর সক্রিয়তা বজায় থাকে।

চ) শিক্ষার্থী নিজেকে আবিষ্কারকের ভূমিকায় রাখতে পারে।

ছ) শিক্ষার্থী ধারণা লাভের সাথে সাথে ধারণ লাভের কৌশল আয়ত্ত করতে পারে।

জ) আবিষ্কৃত তথ্যকে নতুনভাবে আবিষ্কার করে।

২.৫.২. প্রয়োগস্তর গুলি নিম্নরূপ ঃ

ক) সমস্যা উপস্থাপন-পাঠক্রমের অন্তর্ভূক্ত বাস্তব সম্মত সমস্যাটি শিক্ষার্থীর সামনে উপস্থাপিত করা হবে।

খ) অগ্রগতির নির্দেশিকা-পরিনমণ নিম্ন স্তরের বলে এই পদ্ধতি অনুসরণ করা শিক্ষার্থীর পক্ষে সম্ভব নয়। তাই অগ্রগতির একটি সংক্ষিপ্ত রূপরেখা লিখিত বা মৌখিকভাবে দিতে হবে যা দেখে শিক্ষার্থীরা অনুসরণ করবে।

গ) সমস্যা সমাধান-শিক্ষার্থী তার পূর্ণ এবং বাস্তব অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে নির্দেশিকা অনুসরণ করে সমস্যার সমাধান করবে।

ঘ) সিদ্ধান্ত গ্রহণ-সমস্যা সমাধানের মাধ্যমে শিক্ষার্থী একটি সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হবে।

উদাহরণ-১

শ্রেণি-পঞ্চম

পাঠ— আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার তুলনা

সমস্যা ঃ পঞ্চম শ্রেণির শ্রেণিকক্ষ এবং চতুর্থ শ্রেণির শ্রেণি কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রায় সমান। কোন ঘরটি বড়? কোন ঘরে বেশি বসার জায়গা সম্ভব।

শিক্ষার্থীর করণীয় ঃ দৈর্ঘ্য পরিমাপের ফিতে দিয়ে উভয় কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আলাদা আলাদা ভাবে মাপবে ও খাতায় লিপিবন্ধ করবে। এরপর উভয় কক্ষের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল বার করে খাতায় লিখতে হবে ও তুলনা মূলক বিচার করবে। যেমন—

শ্রেণিকক্ষ	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	পরিসীমা	ক্ষেত্রফল
IV	৫ মিটার	৩ মিটার	১৬ মিটার	১৫ বর্গমিটার
V	৬ মিটার	৮ মিটার	২৮ মিটার	৪৮ বর্গমিটার

তারা যাচাই করল পঞ্চমশ্রেণির কক্ষের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল চতুর্থশ্রেণির কক্ষের চেয়ে বেশি।

সিদ্ধান্ত ঃ পঞ্চমশ্রেণিতে বেশি আসন বসানো যাবে।

উদাহরণ ঃ ২

শ্রেণি ঃ তৃতীয়

পাঠ— বিভাজ্যতার নিয়ম

সমস্যা ঃ ৩ দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়মটি কী?

নির্দেশিকা ঃ

ক) দুই অঙ্কের বেশ কয়েটি সংখ্যা নাও

খ) সংখ্যাগুলিকে ৩ দ্বারা ভাগ করে বিভাজ্য এবং বিভাজ্য নয় এরূপ দুটি দলে বিভক্ত কর।

গ) প্রত্যেকটি সংখ্যার অঙ্ক সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য কিনা যাচাই কর ।

ঘ) ৩ দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়মটি নির্ণয় কর।

শিক্ষার্থীর অনুসরণ ঃ

১) শিক্ষার্থী কতকগুলি সংখ্যা নেবে যথা-২১, ২৩, ২৪, ২৮, ৩৩, ৩৯ ইত্যাদি

২) ৩ দ্বারা ভাগ করে বিভাজ্য ও বিভাজ্য নয় দুটি ভাগে বিভক্ত করবে।
বিভাজ্য ঃ ২১, ২৪, ৩৩, ৩৯
বিভাজ্য নয় ঃ ২৩, ২৮

৩) প্রথম চারটির অঙ্ক সমষ্টি ৩ দ্বারা পৃথকভাবে ভাগ করে দেখবে বিভাজ্য এবং পরের দুটি বিভাজ্য নয়।

৪) এর থেকে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করবে যে সংখ্যাগুলির অঙ্ক সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য সেগুলি ৩ দ্বারা বিভাজ্য, অঙ্ক সমষ্টি ৩ দ্বারা বিভাজ্য না হলে তা ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

সুবিধা ঃ

ক) এই পদ্ধতিতে শিশুর কর্মপ্রীতি ও সক্রিয়তার প্রতিফলন ঘটে।

খ) মূর্ত ধারণার মধ্য দিয়ে গণিতের বিমূর্ত ধারণা গড়ে ওঠে। তাই বিমূর্ত নিয়মগুলির যুক্তিপূর্ণ কারণ খুঁজে পায়।

গ) কাজের মধ্য দিয়ে গণিত শিক্ষা হয় বলে একাধিক ইন্দ্রিয়ের ব্যবহার হয় ফলে শিখন সুস্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।

ঘ) শিক্ষার্থীরা স্বাধীনভাবে শিখতে পারে শিখনে আনন্দ পায় এবং আগ্রহী হয়।

ঙ) এই পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীর শিখন ব্যবহারিক জীবনে সমস্যার সমাধানে সাহায্য করে।

অসুবিধা ঃ

ক) শ্রেণিতে অধিক শিক্ষার্থী থাকলে শ্রেণি নিয়ন্ত্রণে ব্যাঘাত ঘটে।

খ) সময়ের অভাবে বিষয়বস্তুর পাঠদান সম্পূর্ণ নাও হতে পারে।

গ) কাজের সঙ্গে শিক্ষার্থী র গণিত শিখনের সঠিক সংযোগ ঘটাতে না পারলে কেবল কাজই করবে গণিত শিখন হবে না।

ঘ) এই পদ্ধতিতে পাঠদানে প্রয়োজনীয় উপকরণ সংগ্রহ করাতে না পারলে পরিকল্পনা সম্পূর্ণ ব্যর্থ হবে।

ঙ) এই স্তরের স্বল্প পরিনমণের জন্য পদ্ধতিটি সঠিকভাবে প্রয়োগ করা যায়।

২.৬. কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি (Activity Based Method) ঃ

শিশুরা সর্বদা কাজ করতে চায়, সে চুপচাপ বসে থাকতে চায় না। তাই কাজের ভালবাসা ও সক্রিয়তাকে কেন্দ্র করে শিক্ষাদানকে কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি বলে। গণিত বিমূর্ত ও যুক্তিনির্ভর বিষয় তার কাছে গণিতের সংখ্যা ও প্রতীক কোনও প্রেরণা বা আগ্রহ সৃষ্টি করে না। জোড় করে গাণিতিক ধারণা দিলে তার মানসিক চাপ সৃষ্টি হয়। অথচ বিভিন্ন শ্রেণির উপযোগী কাজকে কেন্দ্র করে বা খেলাকে কেন্দ্র করে গণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়ার ধারণা অতি সহজেই দেওয়া যায়। গণিতের কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি দুইভাবে হতে পারে।

১) কর্মই মুখ্য থাকবে। কাজটি করার সময়ে কাজের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত গণিত ধারণা ও প্রক্রিয়ার ব্যবহার গৌণ। বিভিন্ন শ্রেণিতে সৃজনাত্মক কাজের মধ্য দিয়ে শিশুদের স্নায়ুর সঙ্গে মাংসপেশির সুসমন্বয় ঘটে এবং গণিতের বিমূর্ত ধারণাকে অতি সহজেই বাস্তবমুখী করা যায় যা তার ব্যবহারিক জীবনে প্রয়োগের ক্ষমতা বৃদ্ধি করবে।

২) কাজটি হবে গৌণ-গাণিতিক ধারণাটি হবে মুখ্য। এক্ষেত্রে হাতের কাজটি এমনভাবে নির্বাচন করতে হবে যাতে গাণিতিক বিষয় সম্পর্কিত হয়।

২.৬.১. গণিতে কর্মকেন্দ্রিক শিক্ষার গুরুত্ব ঃ

১) গাণিতিক বিমূর্ত ধারণা ও প্রক্রিয়াগুলির মূর্ত ধারণা জন্মাবে।

২) মূর্ত ধারণার মধ্য দিয়ে যুক্তি ও বিচার বিশ্লেষণের মাধ্যমে বিমূর্ত নিয়মের যৌক্তিকতা স্বীকার করবে।

৩) শুধুমাত্র খাতায় কলমে গণিতের অনুশীলন না করিয়ে শিশুর কাজের আগ্রহকে কাজে লাগিয়ে কাজের মাধ্যমে অনুশীলন করানো যাবে যার মধ্য দিয়ে তাদের স্বতঃস্ফুর্ততা বৃদ্ধি পাবে।

৪) বিমূর্ত গণিতের গণিত ভীতি দুর করে শিশুর আগ্রহ ও প্রেরণা বৃদ্ধি করা যায়।

৫) বাস্তবে গণিতের ধারণা সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারবে।

৬) কাজের মধ্য দিয়ে গণিত শেখায় পাঠদান ও পাঠগ্রহণ বৈচিত্র্যপূর্ণ ও আনন্দদায়ক হবে।

২.৬.২. গাণিতিক খেলা ঃ

প্রচলিত গণিত শিক্ষাদান ব্যবস্থায় ক্লান্তি আছে। অধিকাংশ শিক্ষার্থী নীরব শ্রোতা থাকে। তার অর্ন্তনিহিত উৎসাহ ও উদ্যম অবদমিত থাকে। গণিতের ন্যায় বিমূর্ত বিষয় শিশুর কাছে অর্থহীন হয়ে পড়ে। সকল শিশুই খেলা ভালবাসে। খেলার মধ্য দিয়ে নতুন শক্তি ও প্রেরণা আনা যায়। নিম্নে কিছু খেলার উদাহরণ দেওয়া হল ঃ

উদাহরণ—১

শ্রেণি-প্রথম

পাঠএকক— সংখ্যার ধারণা

একটি স্থানে শ্রেণির ছাত্রদের ক্রমিক সংখ্যা সম্বলিত সংখ্যা কার্ড ছিটান থাকবে। শিশুরা বেশ কিছু দূরে থাকবে এবং লাইন করে থাকবে। শিক্ষক বাঁশী বাজালে তারা ছুটে গিয়ে নিজ নিজ ক্রমিক সংখ্যা সম্বলিত কার্ডটি চিনে আনবে। যে আগে আনতে পারবে সে প্রথম হবে।

এই খেলার সাহায্যে সংখ্যার ধারণা দেওয়া যায়।

উদাহরণ-২

শ্রেণি-প্রথম

পাঠএকক—এক অঙ্কের সংখ্যার যোগ ও বিয়োগের ধারণা

শিশুদের মাঠের দুই দিকে সারিবন্ধ ভাবে দাঁড় করাতে হবে। শিক্ষক মহাশয় বাঁশি বাজালে দুটি সারির মধ্যে শিশুরা আসা যাওয়া করবে। এর দ্বারা যোগ ও বিয়োগের ধারণা দেওয়া যাবে।

উদাহরণ-৩

শ্রেণি-প্রথম

পাঠএকক— সংখ্যার ধারণা

শিশুদের মাঠে অবিন্যস্তভাবে দাঁড় করান হল। শিক্ষক নির্দিষ্ট সংখ্যায় বাঁশি বাজালে বা নির্দিষ্ট সংখ্যা বললে তা শুনে শিক্ষর্থীরা হাত ধরে দল হয়ে দাঁড়াবে। এই খেলার মধ্য দিয়ে সংখ্যার দলগত অর্থ উপলব্ধি করবে।

উদাহরণ-৪

শ্রেণি—চতুর্থ
পাঠএকক—জ্যামিতিক সমতল ক্ষেত্রের ধারণা

খেলার মাঠে ছাত্রদেরকে বিভিন্নভাবে শ্রেণি গঠন করাবেন। যথা-বৃত্তাকার, ত্রিভুজাকার ইত্যাদির। এর মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন জ্যামিতিক সমতলক্ষেত্রের সঙ্গে পরিচয় ঘটানো যায়।

২.৬.৩. খেলার মাধ্যম গণিত শিক্ষার প্রয়োজনীয়তা ঃ

১) খেলা শিশুর কাছে স্বতঃস্ফুর্ত প্রেরণার উৎস। এই পদ্ধতিতে গণিত শিক্ষা দিলে শিশুর গণিত শিখনে স্বতঃস্ফুর্ততা বৃদ্ধি পায়।

২) গাণিতিক বিমূর্ত ধারণাগুলি শিশুর কাছে বাস্তব হয়ে ওঠায় শিখনে আনন্দ পায় এবং গ্রহনে অধিকতর আগ্রহী হয়।

৩) গণিতে অনুশীলন অপরিহার্য। এই পদ্ধতিতে গাণিতিক ধারণার অনুশীলন ঘটে।

৪) একাধিক ইন্দ্রিয়ের ব্যবহার হওয়ায় গণিত শিখন অধিকতর স্পষ্ট হয়।

৫) একঘেয়েমি থেকে সরে আসা যায়।

৬) গণিত ভীতি দূর করার একটি আদর্শ পদ্ধতি।

২.৭.প্রকল্প পদ্ধতি (Project Method) ঃ

জন ডিউই শিক্ষা দর্শনের উপর ভিত্তি করে যে শিক্ষা পদ্ধতির প্রবর্তন করেন তা হল সমস্যার সমাধান পদ্ধতি। পরবর্তীকালে তাঁর অনুগামী কিলপ্যাটরিক ঐ পদ্ধতির পরিবর্তন ও পরিমার্জন করে প্রকল্প পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন। কিলপ্যাটরিকের মতে— "Project is a whole hearted purposeful activity proceeding in a social environment "—অর্থাৎ প্রকল্প হল কোন উদ্দেশ্যমূলক কাজ যা সামাজিক পরিবেশে সম্পন্ন হয়। অপর অনুগামী স্টিভেন্সনের মতে—"A project is a problematic act carried to completion in its natural setting"—প্রকল্প হল একটি সমস্যামূলক কাজ যা স্বাভাবিক পরিবেশে সম্পন্ন করতে হয়।

২.৭.১. বৈশিষ্ট্য ঃ

ক) সমস্যা ঃ প্রকল্পের প্রত্যেকটি কাজ হবে সমস্যাযুক্ত।

খ) উদ্দেশ্য ঃ সমস্যাযুক্ত কাজটির কতকগুলি নির্দিষ্ট ও উপযোগী উদ্দেশ্য থাকবে।

গ) জীবনভিত্তিক ঃ সমস্যাযুক্ত কাজটি শিক্ষার্থীর বাস্তব জীবনের সঙ্গে সম্পৃক্ত হবে।

ঘ) সামাজিক পরিবেশ ঃ কাজটির মধ্যে সামাজিক গুরুত্ব থাকবে। অর্থাৎ শিক্ষার্থীদের মধ্যে সহযোগিতা, বন্ধুপ্রীতি, দলবদ্ধভাবে কাজ করা, নেতৃত্ব মান্য করা ইত্যাদি গুণগুলির বিকাশ ঘটার সুযোগ থাকবে।

ঙ) স্বাধীনতা ঃ কাজটি সম্পাদনে শিক্ষার্থীদের যথেষ্ট স্বাধীনতা থাকবে।

চ) সক্রিয়তা ঃ কাজটি হাতে কলমে সম্পাদন করে জ্ঞান অর্জন করবে।

ছ) স্বতঃস্ফুর্ততাঃ শিক্ষার্থীর সামনে সমস্যাযুক্ত কাজটি আনতে হবে স্বাভাবিকভাবে (জোর করে চাপিয়ে নয়), ঠিক তেমনি শিক্ষার্থী কাজটি সম্পাদন করবে স্বতঃস্ফুর্তভাবে।

২.৭.২. প্রকল্প পদ্ধতির স্তর ঃ

প্রকল্প পদ্ধতি চারটি স্তরে সম্পাদিত হয়—

ক) **উদ্দেশ্য নির্ধারণ ও প্রকল্প গ্রহণ ঃ** শিক্ষক কয়েকটি জীবনধর্মী উদ্দেশ্য নিয়ে শিক্ষার্থীদের কাছে একটি সমস্যা উপস্থাপন করবেন। শিক্ষার্থীরা সমস্যাটি সমাধানে আগ্রহী হলে তাদের উদ্দেশ্য সম্পর্কে অবহিত হবে এবং সমস্যা সমাধানে কাজটি করতে উৎসাহিত হবে। কোন কোন ক্ষেত্রে বাস্তব সমস্যাটি শিক্ষার্থীদের মধ্যে থেকেও আসতে হবে।

খ) **পরিকল্পনা ঃ** উদ্দেশ্যমূলক সমস্যাযুক্ত কাজটি স্থিরকৃত হলে কাজটির সুষ্ঠ সম্পাদনে কী কী জিনিস লাগবে। কবে কোন সময়ে কোথায় কিভাবে কয়টি দলে, কোন দলের কী কাজ হবে তার একটি খসড়া আলোচনার মাধ্যমে তৈরি হবে।

গ) **কর্ম সম্পাদন ঃ** পূর্ব পরিকল্পনা মত কাজটি শিক্ষার্থীরা সম্পন্ন করবে। শিক্ষক প্রয়োজনে সাহায্য করবেন।

ঘ) **মূল্যায়ণ ঃ** উদ্দেশ্যমূলক কাজটি পূর্ব পরিকল্পনা হবে। ত্রুটির দিকগুলিও আলোচনায় থাকবে এবং ত্রুটিমুক্ত করার উপায়গুলি শিক্ষক বলে দেবেন। আলোচনা শেষে প্রকল্প কাজটি সম্বন্ধিত একাধিক বিষয়ে পাঠ দেবেন শিক্ষক মহাশয়।

২.৭.৩. প্রকল্প পদ্ধতির সুবিধা ঃ

১) **সক্রিয়তা ঃ** প্রকল্প পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীরা সক্রিয়ভাবে অংশ নেওয়ায় শিক্ষায় শিশু সক্রিয়তার নীতির প্রয়োগ হয়।

২) **স্বাধীনতা ঃ** সমস্যাযুক্ত কাজটি শিক্ষার্থীরা নিজেরাই করে বলে স্বাধীনতা বেশি পায়। ফলে আত্মনির্ভরতা, আত্মশৃঙ্খলা, দায়িত্ববোধ বাড়ে।

৩) **সামাজিক বিকাশ ঃ** প্রকল্প কাজটি দলবদ্ধ ভাবে হয় বলে শিক্ষার্থীদের কতকগুলি সামাজিক গুণাবলী যথা-সহযোগিতা নেতৃত্বদান, নেতৃত্বমান্য করা, শৃঙ্খলাবোধ ইত্যাদি বিকশিত হয়।

৪) **বাস্তবমুখী ঃ** কাজটি জীবনের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বলে অর্জিত অভিজ্ঞতা বাস্তবজীবনে প্রয়োগ করতে পারে।

৫) **দৈহিক বিকাশ ঃ** হাতে নাতে কাজটি করার ফলে দৈহিক অঙ্গ সঞ্চালন ঘটে। তার দৈহিক বিকাশে সাহায্য করে।

৬) **একঘেয়েমি ঃ** শিক্ষার্থীরা আগ্রহভিত্তিক কাজের মাধ্যমে শিক্ষাগ্রহণ করে ফলে একঘেয়েমি দূর হয়।

৭) **বৃত্তিশিক্ষা ঃ** এই পদ্ধতিতে কাজ করার ক্ষমতা ও দক্ষতা অর্জিত হয় যা শিক্ষার্থীকে ভবিষ্যৎ জীবনে উপযুক্ত বৃত্তিগ্রহনে সাহায্য করে।

২.৭.৪. প্রকল্প পদ্ধতির অসুবিধা ঃ

১) ছাত্রছাত্রীর সংখ্যাগত কারণে প্রচলিত শিক্ষা ব্যবস্থায় এই পদ্ধতিতে শিক্ষাদান প্রায় অসম্ভব। তবে চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণিতে শিক্ষক সংখ্যা প্রয়োজনমত থাকলে প্রয়োগ করতে পারেন।

২) গণিত পাঠ্যসূচীর সমস্ত এককগুলি এই পদ্ধতিতে শেখান সম্ভব নয়।

৩) সময় বেশি লাগে, নির্দিষ্ট সময়ে পাঠ্যসূচী শেষ হয় না।

৪) দক্ষ অভিজ্ঞ শিক্ষক না থাকলে এই পদ্ধতি কার্যকরী হওয়া কঠিন।

৫) বর্তমান প্রাথমিক বিদ্যালয়ের পরিবেশ এই পদ্ধতিতে শিক্ষাদানের অন্তরায়।

৬) বিভিন্ন গাণিতিক প্রক্রিয়া পর্যায়ক্রমে না আসায় গাণিতিক ধারণাগুলির মধ্যে ফাঁক থাকে।

২.৮. প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতি ঃ

প্রতিদিন প্রতিনিয়ত শিশু তার নিজ পরিবেশের মধ্যে বাস্তব অভিজ্ঞতা অর্জন করছে। গৃহ, সমাজ ও বিদ্যালয় প্রভৃতি তার অভিজ্ঞতার ক্ষেত্র। শিশুর আগ্রহ সৃষ্টির জন্য তার অভিজ্ঞতাকে প্রাধান্য দিতেই হয়। তার অভিজ্ঞতার জগতে সংখ্যা ও পরিমাপের মূর্ত স্থানগুলি চিহ্নিত করে গণিত শিখনের কাজে লাগাতে হবে। বিশেষত: গণিতের প্রতিটি সমস্যা তার পূর্ব অভিজ্ঞতার গন্ডি থেকে নির্বাচিত করতেই হবে।

মনে রাখতে হবে এই বয়সের শিশুদের অভিজ্ঞতাগুলি অসংলগ্ন ও বিচ্ছিন্ন অনেক ক্ষেত্রে তারা কল্পনা ও বাস্তবের মধ্যে পার্থক্য করতে পারে না। শিক্ষার্থীদের বাস্তব অভিজ্ঞতাকে কেন্দ্র করে গণিত শিক্ষা দিলে যথার্থ গণিত শিখন সম্ভব।

২.৮.১. শিশুর অভিজ্ঞতার প্রকার ঃ

অভিজ্ঞতা দুই প্রকার (ক) প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতা - এই অভিজ্ঞতার স্থানগুলি হল (১) গৃহ পরিবেশের শিশু ভাইবোনের সংখ্যা, আত্মীয় স্বজন (২) গৃহপালিত পশু পাখি, কৃষিক্ষেত (৩) খেলার সমাগ্রী (৪) বিদ্যালয়ের ছাত্র সংখ্যা (৫) ক্যালেন্ডার দেখা (৬) খেলাধূলা (৭) পর্যবেক্ষণ ইত্যাদি।

উপরিউক্ত অভিজ্ঞতা কাজে লাগিয়ে নিম্নরূপ ধারণা দেওয়া যেতে পারে-লম্বা-খাটো, ভারি হাল্কা, সমান-অসমান, সংখ্যার ধারণা, যোগ বিয়োগের ধারণা, গুণ ভাগের ধারণা, গড়, ভগ্নাংশ, ক্ষেত্রফল ও জ্যামিতিক ধারণা।

২.৮.২. নকল অভিজ্ঞতা ঃ

দোকান দোকান খেলা এতে মুদ্রা ও ওজন পরিচিতি এবং হিসাব করতে ও রাখতে শেখে। ডাকঘর প্রকল্প এর মাধ্যমে খাম, পোস্টকার্ড ইত্যাদি শিখতে পারবে। আবার গৃহ পরিবেশ শিশুদের ছোট খাটো বাজার করার অভিজ্ঞতাকে কেন্দ্র করে নিম্নরূপ বিষয়ের পাঠদান সম্ভব।

মুদ্র ও নোটের পরিচিতি টাকা পয়সার যোগ বিয়োগ, ওজন পরিমাপ ও তার মূল্য নির্ধারণ, ঐকিক নিয়ম।

২.৮.৩. অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতির গুরুত্ব ঃ

১) শিশুর বাস্তব অভিজ্ঞতাকে কেন্দ্র করে পাঠদান হলে মূর্ত থেকে বিমূর্ত শিক্ষানীতির প্রতিফলন ঘটে।

২) শিশুর অভিজ্ঞতা নির্ভর পঠন-পাঠন হওয়ায় বিষয়ে আগ্রহী হয় ফলে অঙ্ক ভীতি আসে না।

৩) বাস্তবের আলোকে গাণিতিক বিমূর্ত ধারণা গড়ে ওঠায় শিশুর শিখন স্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।

৪) শিশুর নিজ পরিবেশের অভিজ্ঞতা ও বিদ্যালয়ের পঠনীয় বিষয়ের মধ্যে যোগসূত্র গড়ে ওঠায় ব্যবহারিক জীবনে প্রয়োগের পটুত্ব আসে।

২.৯. সমস্যা সমাধান পদ্ধতি (Problem Solving Method) ঃ

কোন শিখন-শিক্ষণ পদ্ধতি যখন পূর্বের আবিষ্কৃত গাণিতিক নিয়ম বা সূত্র অথবা ভাষামূলক সমস্যা সমাধান করে তাকে গণিতে সমস্যা সমাধান পদ্ধতি বলে।

২.৯.১. সমস্যা সমাধান পদ্ধতির স্তর ঃ

১) **শিক্ষার্থীর সমস্যা গ্রহণ ঃ** শিশুরা পরিনমণ অনুযায়ী এবং বাস্তব ও জীবন কেন্দ্রিক সমস্যাটি শিক্ষকের প্রেরণায় গ্রহণ করবে।

২) **সমস্যার বিশ্লেষণ ঃ** গৃহীত সমস্যাটি কতকগুলি অংশে বিশ্লেষণ করে তা সমাধানে অগ্রসর হবে। কী কী দেওয়া আছে এবং কী কী চাওয়া হচ্ছে।

৩) **তথ্য সংগ্রহ ও তার প্রয়োগ ঃ** শিশুর নিজস্ব অভিজ্ঞতা ও অন্যান্য অভিজ্ঞতার কেন্দ্র থেকে সম্ভাব্য সমাধানের পথগুলি নির্ণয় করবে।

৪) **সিদ্ধান্ত গ্রহণ ঃ** সঠিক উপায়গুলি প্রয়োগ করে সঠিক সমাধান তৈরি করবে।

৫) সিদ্ধান্তের যথার্থতা ঃ গৃহীত সিদ্ধান্তটি আরও একাধিক সমস্যার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করে সঠিক সিদ্ধান্ত যাচাই করবে।

২.৯.২. সমস্যা সমাধান পদ্ধতির সুবিধা ঃ

ক) শিশুর সক্রিয়তার উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়।

খ) যুক্তি ও বিচার শক্তির বিকাশ ঘটে।

গ) বাস্তব ক্ষেত্রে প্রয়োগের পরিচিতি ঘটে।

ঘ) সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষমতা বাড়ে।

ঙ) শিক্ষন সুস্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়।

২.৯.৩. সমস্যা সমাধান পদ্ধতির অসুবিধা ঃ

ক) সময়ের অপচয় হয়।

খ) শিশুর অপরিণত স্তরের ভিত্তিতে এই পদ্ধতিত উপযুক্ত হয় না।

গ) শ্রেণি শৃঙ্খলা বিঘ্ন ঘটার সম্ভাবনা থাকে।

ঘ) শিশুর বিপথে চলার সম্ভাবনা থাকে।

২.৯.৪. উদাহরণ ঃ

সমস্যা ঃ ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যামানেই কি ৬ দ্বারা বিভাজ্য।

সমস্যার বিশ্লেষণ ঃ

১) ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা কোনগুলি?

২) ৬ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা কোনগুলি?

৩) ৬ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলি কি ৩ দ্বারা বিভাজ্য?

৪) ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলি কি ৬ দ্বারা বিভাজ্য?

তথ্যসংগ্রহ ঃ

১) ৩ দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম স্মরণ করবে।

২) ৬ দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম স্মরণ করবে।

তথ্য বিশ্লেষণ ও প্রয়োগ গৃহিত তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রথমে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সারি তৈরি করবে। যথা-৩,৬,৯, ১২,১৫,১৮,২১,......ইত্যাদি।

এরপর ৬ দ্বারা বিভাজ্যতার নিয়ম প্রয়োগ করবে দেখবে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সবগুলি ৩ দ্বারা বিভাজ্য নয় তাই সেগুলি ৬ দ্বারা বিভাজ্য নয়। কারণ ৬ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য হয়। এখানে ৬,১২,১৮ সংখ্যাগুলি ৩ ও ৬ উভয় দ্বারাই বিভাজ্য কিন্তু ৯,১৫,২১ সংখ্যাগুলি ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলেও ৬ দ্বারা বিভাজ্য নয়, কারণ এগুলি ২ দ্বারা বিভাজ্য নয়।

সিদ্ধান্ত ঃ সবশেষে সিদ্ধান্ত নেবে ৩ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা মাত্রই ৬ দ্বারা বিভাজ্য নয়। ২ এবং ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে তবেই ৬ দ্বারা বিভাজ্য হয়।

নিম্নে কয়েকটি সমস্যার উদাহরণ দেওয়া হল

ক) দুটি সংখ্যার গ.সা.গু ১ হলে কি সংখ্যা দুটি মৌলিক হবেই?

খ) একই পরিসীমা বিশিষ্ট বর্গাকার ও আয়তকার মাঠের কোনটিতে জমির পরিমাণ বেশি?

২.১০. আরোহী, অবরোহী, বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী পদ্ধতি (Inductive, deductive, Analysis and synthesis method)

এই সকল পদ্ধতির মূল বৈশিষ্ট্যগুলি জানা থাকলে গণিতে পাঠদান অর্থপূর্ণ হয়। সেইজন্য এখানে সংক্ষেপে দেওয়া হল ঃ

২.১০.১. আরোহী পদ্ধতি ঃ

আরোহী পদ্ধতিতে কতকগুলি বিশেষ বিশেষ দৃষ্টান্ত থেকে সাধারণ সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে সাহায্য করে। এই বিশেষ দৃষ্টান্তগুলি মূর্ত বস্তুকে আশ্রয় করে বিমূর্ত সিদ্ধান্তে উপনীত হয়। যুক্তির সাহায্যে অভিজ্ঞতাকে কাজে লাগিয়ে সিদ্ধান্তে আসা যায়। সাধারণত সূত্র বা নিয়ম প্রতিষ্ঠার ব্যবহার করা হয় যেমন-

১) ১ × ০ = ০, ৩ × ০ = ০ , ৫ × ০ = ০, ৭ × ০ = ০

এ থেকে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় কোনো সংখ্যাকে ০ দ্বারা গুণ করলে শূন্য হয়।

২) ৫,১০,১৫,২০,২৫ ইত্যাদি সংখ্যাগুলি ৫ দ্বারা বিভাজ্য হয়।

এ থেকে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় যে সমস্ত সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ০ অথবা ৫ তারাই কেবল ৫ দ্বারা বিভাজ্য। আরোহী পদ্ধতি মনোবিজ্ঞান সম্মত। শ্রেণিকক্ষের প্রথমেই এই পদ্ধতিতে পাঠ দিতে হবে।

২.১০.২. অবরোহী পদ্ধতি ঃ

অবরোহী পদ্ধতি আরোহী পদ্ধতির বিপরীত। সাধারণ সত্যকে ভিত্তি করে বিশেষ বিশেষ সত্যতা প্রমাণ করা যায়। বিমূর্ত সিদ্ধান্ত থেকে মূর্ত তথ্যে যেতে হয়। সাধারণত সূত্র বা নিয়ম প্রয়োগ করে বিশেষ সমস্যার সমাধান এই পদ্ধতিতে করা হয়। যেমন-

ক) ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ। এই সিদ্ধান্ত বা সূত্র থেকে যখন অপর বিশেষ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বারকরি তখন তাকে অবরোহী পদ্ধতি বলে।

খ) সংখ্যার শেষ অঙ্ক ০ বা ৫ হলে সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য। এই সূত্র কাজে লাগিয়ে বলা যায় ১১০, ৫ দ্বারা বিভাজ্য। আরোহী পদ্ধতি যুক্তি নির্ভর। আরোহী পদ্ধতিতে পাঠদানের প্রাপ্ত সিদ্ধান্তকে অবরোহী পদ্ধতির যুক্তিধারায় প্রমাণ করে নিতে হবে।

২.১০.৩. বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী পদ্ধতি ঃ

বিশ্লেষণ কথাটির মূল অর্থ একত্রিত বস্তুগুলিকে পৃথক করা। গণিতে যার অর্থ সমগ্র গাণিতিক সমস্যাকে খন্ড, খন্ড অংশে ভাগ করা। উদ্দেশ্য হল প্রত্যেকটি অংশের সঙ্গে প্রত্যেকটি অংশের, প্রত্যেকটি অংশের সঙ্গে সমগ্র সমস্যার খন্ড খন্ড অংশগুলিকে জুড়ে সমগ্র সমস্যাটিকে আবিষ্কার করা। প্রদত্ত সমস্যাটিতে অজানা তথ্য থেকে শুরু করতে হয়। ওই অজানা সিদ্ধান্তটিতে খন্ডে খন্ডে বিভক্ত করে সত্যতা যাচাই করা হয়। অর্থাৎ অজানা তথ্য থেকে জানা তথ্যে আসা হয়। এই পদ্ধতি মনোবিজ্ঞান সম্মত ও শ্রেণি শিক্ষার উপযোগী।

সংশ্লেষণ কথার অর্থ - খন্ড খন্ড অংশগুলিকে একত্র করা। গণিতে যার অর্থ - খন্ড খন্ড অংশগুলিকে একত্রিত করা ও সমস্যাটি পুনর্গঠিত করা। জানা সত্যগুলিকে একত্রিত করে অজানা সত্যের সন্ধান করা হয়। এই পদ্ধতি স্মৃতি শক্তি নির্ভর ও যুক্তিনির্ভর শ্রেণি শিখনে কাজে লাগে না। মূলত বিশ্লেষণ ও সংশ্লেষণ একই পদ্ধতির দুটি দিক। বিশ্লেষণী পদ্ধতিতে অজানা তথ্য থেকে জানা তথ্যে পৌঁছানো যায় এবং সংশ্লেষণী পদ্ধতিতে জানা তথ্য থেকে অজানা তথ্যে পৌঁছায়।

প্রাথমিক বিদ্যালয়ে পঞ্চম শ্রেণিতে জ্যামিতির ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্তের ধারণা বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে দিতে হবে। তারপর সংশ্লেষণ পদ্ধতিতে তা যাচাই করে নিতে হবে।

২.১১ নির্মিতিবাদ (Constructivism):

নির্মিতিবাদের ভিত্তি হল নিষ্ক্রিয়ভাবে তথ্য গ্রহণের পরিবর্তে সক্রিয় অংশ গ্রহণের মাধ্যমে শিক্ষার্থী নিজেই বিষয়গত তাৎপর্য ও জ্ঞান নির্মাণের চাহে অগ্রসর হবে। এই প্রক্রিয়ায় শিক্ষকের কাজ হল শিক্ষার্থীর সৃজনাত্মক চিন্তাধারার বিকাশে সুযোগ করে দিয়ে শিক্ষার্থীকে আরও উদ্যমী এবং স্বনির্ভর করে তোলা। নির্মিতিবাদের গোড়ার কথা হল শিক্ষার্থীর পূর্ববর্তী জ্ঞানের উপর ভিত্তি করে শিখন শুরু হবে। এই পূর্ববর্তী জ্ঞানকে মনোবিজ্ঞানী পিয়াজেঁ (Piget) বলেছেন স্কীমা (Schema)। যখন শিক্ষার্থী শিক্ষায় সক্রিয়ভাবে অংশ গ্রহণ করে, সৃজনশীল চিন্তাধারা ও অর্থপূর্ণ শিখনের ফলে শিক্ষার্থীর স্কীমার প্রসারণ ঘটে।

২.১১.১ নির্মিতিমূলক শ্রেণীর পরিবেশ (Constructive Class Environment) :

- শিক্ষার্থী শিক্ষায় সক্রিয় অংশ গ্রহণকারী
- শ্রেণীর পরিবেশ গণতান্ত্রিক
- শিক্ষা শিক্ষার্থী কেন্দ্রিক এবং পারস্পরিক সহযোগিতাপূর্ণ কার্যাবলী
- শিক্ষক শিক্ষার্থীর কাজের সহায়ক, শিক্ষার্থীরা উদ্যমী, দায়িত্বশীল এবং স্বাধীনচেতা হবে।

২.১১.২ নির্মিতিমূলক শিক্ষাকে সফল করতে শিক্ষকের কর্তব্য হল :

- শিক্ষার্থীর পূর্ববর্তী জ্ঞানকে কাজে লাগানো
- নতুন নতুন ব্যাখ্যা দানে এবং বিকল্প সমাধান পদ্ধতিতে শিক্ষার্থীকে সহায়তা করা

- নতুন নতুন প্রশ্নের অবতারণা
- সহায়ক উপকরণ ও কার্যাবলীর ব্যবহার করে শিক্ষার্থীকে নিজের মূল্যায়নে সাহায্য করা।
- পারস্পরিক আলোচনায় শিক্ষার্থীদের সাহায্য করা।

২.১১.৩ শিক্ষকের বিশেষ ভূমিকা : নির্মিতিধর্মী শ্রেণিতে শিক্ষার্থীর শিখন পরিবেশকে বজায় রাখতে শিক্ষকের তিনটি উল্লেখযোগ্য ভূমিকা হল :

- মডেলিং (Modeling)
- কোচিং (Coaching)
- স্কাফোল্ডিং (Scaffolding)

মডেলিং : এটি হল নির্মিতিধর্মী শ্রেণিতে শিক্ষকের নির্দ্দেশদানের পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে শিক্ষক বিভিন্ন কাজের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর মধ্যে বিভিন্ন আচরণের পরিবর্তন ঘটাতে পারেন অথবা চিন্তাধারা বা বিচার বুদ্ধিতে পরিবর্তন আনতে পারেন।

উদাহরণ — শিক্ষার্থী আঙুলের উপরে পেন বা রুলার রেখে তাকে সাম্যে আনতে চায়। শিক্ষার্থী আগে হয়ত একই কাজ করেছে বই,চামচ ইত্যাদি নিয়ে। এই কাজে শিক্ষক যখন শিক্ষার্থীকে সাহায্য করেন তখন তা হল শিক্ষার্থীর বাহ্যিক আচরণের পরিবর্তন সংক্রান্ত (overt behaviour)। কিন্তু একই সাথে যদি এই কাজ সম্পর্কে শিক্ষার্থীর চিন্তাধারায় পরিবর্তন আনতে হয় (যেমন বস্তুর আকার, আকৃতি প্রভৃতির সাথে সাম্যবিন্দু বা ভরকেন্দ্রের সম্পর্কিত চিন্তায়), তাহলে শিক্ষক নানা উপায়ে শিক্ষার্থীকে সাহায্য করতে পারেন। (এটি হল অভ্যন্তরীন চিন্তাধারা বা (Covert behaviour)-এর সঙ্গে সম্পর্কিত)

আরও উদাহরণ : শিক্ষার্থী তার বন্ধুদের মধ্যে আম বিতরণ করতে গিয়ে যে অভিজ্ঞতার মুখোমুখি হয়েছিল (যে কোন সংখ্যক আম যে কোন সংখ্যক বন্ধুদের মধ্যে সব সময় সমানভাবে নি:শেষে বিতরণ করা যায় না) তাকেই ব্যবহার করে বিভিন্ন সংখ্যক বন্ধুর মধ্যে আম বিতরণ করবার জন্য প্রত্যেক ক্ষেত্রে ন্যূনতম কত আম রাখতে হবে তার হিসাব শেখাতে পারেন। এই ভাবেই ল.সা.গু শেখানো যাবে। এটা হল Covert behaviour সম্পর্কিত এবং একে বলা হয় বৌদ্ধিক মডেল (Intellectual Model).

কোচিং : শিক্ষার্থীর কোন বিষয়ে ধারণা সঠিক হলে শিক্ষক তাকে অভিনন্দিত করেন এবং আরও এগিয়ে ভুল হলে ভুল সংশোধনে সাহায্য করবেন। উপরে সাম্যবিন্দু সঠিকভাবে নির্ণয়ে এই ভাবেই তিনি শিক্ষার্থীদের সাহায্য করতে পারেন।

স্কাফোল্ডিং : পশ্চাদপদ শিক্ষার্থীকে এগিয়ে দেবার জন্য শিক্ষক আরও অভিজ্ঞতার সম্ভার শিক্ষার্থীর কাছে তুলে ধরবেন T L M বা বক্তব্যের মাধ্যমে।

নির্মিতিবাদ প্রধানত দুই প্রকার :

- **বৌদ্ধিক (Cognitive)**-এর প্রধান প্রবক্তা পিয়াজেঁ এবং পরবর্তীকালে ব্রুনার (Bruner), অসুবেল (Ausubel) ও আরও অনেকে। বৌদ্ধিক নির্মিতিবাদে ব্যক্তিগত শিক্ষায় গুরুত্ব দেওয়া হয়।

- **সামাজিক (Social)** - বাইগটস্কির (Vygotosky) সামাজিক নির্মিতিবাদ হল সামাজিক বা সহযোগিতামূলক, অভিজ্ঞতার পুর্নগঠনে শিক্ষার্থী সহপাঠীদের সাথে তার অভিজ্ঞতা বিনিময় করে। আরও প্রয়োজনে শিক্ষকের পরামর্শ ও সহযোগিতা চায়। এক্ষেত্রে শিক্ষক সহায়ক ও পরামর্শদাতা (facilitator).

২.১১.৪. I CON মডেল

পশ্চিমবঙ্গে বিদ্যালয় সিলেবাস এক্সপার্ট কমিটি জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা (NCF)-2005 এর নির্দেশিত পথে নির্মিতিবাদের ধারা হিসাবে ব্লাক এবং ক্লিনটকের (1995) 7টি ধাপ (ICON) চিহ্নিত করেছেন। ধাপগুলিকে গণিতের একটি উদাহরণ-সহকারে দেখানো হল : (পঞ্চম শ্রেণি, গণিত, পৃ:৫৫-৫৮) ল.সা.গু

১। **পর্যবেক্ষণ-(Observation) :** শিক্ষার্থী দৈনন্দিন জীবনে বন্ধুদের জন্য মিষ্টি কেনায় দেখেছে তিন বন্ধুর জন্য মিষ্টি কিনে সমানভাবে ভাগ করতে হলে চাই 3,6,9,12,15,18,21,24 ইত্যাদি সংখ্যক মিষ্টি কিন্তু কখনই 4,8,10 ইত্যাদি নয়। কেউ বা দেখেছে টফি কিনে 4 জন বন্ধুর মধ্যে ভাগ করতে হলে 4, 8, 12, 16, 20, 24 সংখ্যাগুলিই সুবিধাজনক; অবশ্যই 3, 6, 9, 15, 18, 21 নয়।

২। **প্রাসঙ্গিকীকরণ : (Contextualization) :** ল.সা.গু শেখানোর সময় শিক্ষার্থীদের এই অভিজ্ঞতাগুলি কাজে লাগানো যেতে পারে। শিক্ষক এর ভিত্তিতে কিছু প্রশ্নও জিজ্ঞাসা করতে পারেন।

৩। **জ্ঞানগত শিক্ষানবিশী (Cognitive Apprenticeship)—** এমন হতে পারে, কারও প্রয়োজনীয় অভিজ্ঞতা নেই। কারও কারও মধ্যে এ বিষয়ে কিছু দ্বিধা দ্বন্দ্ব আছে, কেউ কেনা কাটা করলেও এভাবে ভাবে নি। শিক্ষক এ ব্যাপারে এগিয়ে এসে-T L M-এর সাহায্যে সমস্যার প্রতি শিক্ষার্থীদের দৃষ্টি আকর্ষণ করতে পারেন।

৪। **সহযোগিতা (Collaboration) :** শিক্ষার্থী এবং বিভিন্ন দলের শিক্ষার্থীরা প্রত্যক্ষ কাজে ব্যাপৃত হতে পারে। শিক্ষার্থীরা দুধরনের কাজ ক ও খ করতে পারে। ক-কাজে কয়েকটি ট্রে আছে। ট্রে গুলিতে যথাক্রমে 3, 6, 9, 12, 24 টি খোপ আছে। প্রত্যেকটি খোপে আছে 1টি করে ট্রফি আছে। শিক্ষার্থীরা দেখল ক-ট্রে থেকে 3 জনের মধ্যে এবং খ ট্রে থেকে 4 জনের মধ্যে টফ্রি ভাগ করা সুবিধা জনক।

৫। **ব্যাখ্যা নির্মাণ (Interpretation Construction) :** সে সাথে এটাও দেখা গেল যে ক এবং খ ট্রেতে প্রত্যেকটায় শেষ দুটি ট্রের টফি 3 জন অথবা 4 জনের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়া যায়। এর কারণ শেষ ট্রে দুটিতে প্রত্যেকটি ক্ষেত্রে 12 টা এবং 24 টা করে খোপ আছে। এতে থাকা টফিগুলি 3 অথবা 4 জনের মধ্যে ভাগ করে দেওয়া যায়। কিন্তু 12 এবং 24 এর মধ্যে কোনটি লঘিষ্ট সংখ্যা হবে, শিক্ষক জানতে চাইবেন।

৬। **বহুমুখী ব্যাখ্যা (Multiple Interpretation) :** শিক্ষার্থীরা অন্য কোন সংখ্যা জোড় 4 এবং 5 নিয়ে কাজ করবে। এক্ষেত্রে লঘিষ্ট টফির সংখ্যা কত হবে? লঘিষ্ট সাধারণ গুণিতক কত হবে?

৭। **বহুমুখী উপস্থাপনা (Multiple Manifestation) :** শিক্ষার্থী গণনার সাহায্যে আরও বিভিন্ন উপায়ে বিভিন্ন সংখ্যাগুচ্ছের ল.সা.গু. নির্ণয় করবে এবং জীবনের নানা ক্ষেত্রে প্রয়োগ করবে (যেমন বাস যাত্রা প:শ্রেণি, পৃ: ৫৯-৬০)

পঞ্চম শ্রেণির গণিত পুস্তকে বিবৃত কাজ অনুযায়ী ধাপগুলি দেখানো হল।

২.১১.৫ আকর্ষনীয় কাজ ও গণিত শিক্ষা : নির্মিতিবাদের মাধ্যমে গণিত শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে বিভিন্ন আকর্ষনীয় নামযুক্ত কাজের মাধ্যমে গণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়া শেখানো হয়েছে। (যেমন- যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ, সংখ্যার বৈশিষ্ট্য ইত্যাদি।) এই কাজগুলিই শিক্ষার্থী তার জীবনে নানাভাবে করে থাকে। জোড়-বিজোড় সংখ্যা শেখানোর জন্য সরাসরি জোড় বিজোড় সংখ্যায় না এসে প্রথমে ‘‘মোজা” কেনার কথা বলা হয়েছে কারণ মোজা বা জুতো জোড়ায় কিনতে হয়। এই জোড় বা দুই বা দুই দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাকে জোড় বিজোড়ের ভিত্তি সরূপ বলে ধরা হয়েছে। এরকম আরও অনেক উদাহরণ গণিতের বিভিন্ন বইতে আছে।

১. এসো বাইরে বেড়াতে যাই (অধ্যায়ের নাম) — গাণিতিক প্রক্রিয়া (কোন অংকের স্থানীয় মান নির্ণয়)। অবশেষে স্থানীয় মান সম্পর্কে সামান্যীকরণ করা সম্ভব হয়েছে।

২. যেমন খুশী রং করি (অধ্যায়ের নাম) — গাণিতিক প্রক্রিয়া (দশমিক ভগ্নাংশ)। 10 টা বা 100 টা খোপ আছে। শিক্ষার্থী খোপগুলি রং করবে। রং-এর ক্ষেত্রফল দেখে বোঝা যাবে শিক্ষার্থী দশমিক ভগ্নাংশের হিসাবে কত অংশ রং করেছে। শিক্ষার্থী যদি 10 খোপের দুটি রং করে থাকে তা হলে তার কাজ ভগ্নাংশ হিসবে $\frac{2}{10}$ এবং দশমিক ভগ্নাংশে 0.2 অংশ।

২.১১.৬. পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় সিলেবাস এক্সপার্ট কমিটি ICON মডেলের সাতটি ধাপের সাথে 5টি E ধাপের কথাও বলেছেন। ধাপগুলি পুরানো (1959) — আমেরিকায় জীবন বিজ্ঞানের পাঠক্রম নির্ণয়ের সময় ধাপগুলির উল্লেখ করা হয়েছিল, কিন্তু আজও তাৎপর্যপূর্ণ। ভগ্নাংশ শিখনের ক্ষেত্রে 5E ব্যাবহারের একটি উদাহরণ দেওয়া হল ঃ

প্রথম ধাপ কর্মে নিযুক্ত (Engage) : এই ধাপে শিক্ষার্থী তার শিক্ষামূলক কাজের সাথে পরিচিত হয়। শিক্ষার্থী তার অতীত ও বর্তমান শিক্ষামূলক কাজের মধ্যে সমন্বয় খোঁজার চেষ্টা করে। শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করা, শিক্ষাধর্মী কাজকে স্পষ্টভাবে চিহ্নিত করা, বিস্ময়কর ঘটনার সাথে পরিচয় করানো — এই স্তরের উদ্দেশ্য। বাড়ীতে বাবা, মা ও নিজের মধ্যে সকালে পাউরুটি ভাগের ধারণাটি ভগ্নাংশ শিক্ষার প্রথম ধাপ হিসাবে চিহ্নিত করা যায়। প্রদত্ত ফিতাটিকে সমান চারভাগে ভাগ করতে গেলে কি করতে হবে?

দ্বিতীয় ধাপ : অনুসন্ধান (Explore) : শিক্ষার্থীরা দলগতভাবে কাজ করে, অভিজ্ঞতা বিনিময় করে, অনুসন্ধান করে, নিজেদের কাজের ব্যাখ্যা খোঁজে। শিক্ষক তাদের পরামর্শ ও উদাহরণ দিয়ে সাহায্য করেন: কেউ স্কেলের সাহায্যে ভাগ, কেউ চারভাঁজ করে কাটার কথা বলতে পারে। কিন্তু এই ভাগের একটা যদি নেওয়া হয় তাহলে কি ভাবে লিখব?

তৃতীয় ধাপ : ব্যাখ্যা (Explanation) পারস্পরিক আলোচনা ও আদান প্রদানের মাধ্যমে শিক্ষার্থীরা পরস্পরের ধারণা সমর্থন বা বর্জন করে, সংশোধন করে। শিক্ষকের সহযোগিতা এখানে জরুরী। কেউ বলবে 4 ভাগের 1 ভাগ, $\frac{4}{1}$, কেউ বলবে $\frac{1}{4}$ । শিক্ষক এখানে সহযোগিতা করবেন।

চতুর্থধাপ : সম্প্রসারণ (Elaboration) : শিক্ষার্থীরা তাদের ধারণাকে পূর্ববর্তী বা পাঠ্যপুস্তকে বর্ণিত ধারণাগুলির সাথে সংযুক্ত করার চেষ্টা করে এবং বাস্তবে প্রয়োগ করার চেষ্টা করে। চারভাগের একভাগ $\frac{1}{4}$ হলে, চারভাগের তিনভাগ কত?

$\frac{1}{4}$ এবং $\frac{3}{4}$ এর মধ্যে সম্পর্ক কী? তাহলে $\frac{5}{4}$ বলতে কী বোঝায়?

পঞ্চম ধাপ : মূল্যায়ন (Evaluation) এটি একটি নিরবিচ্ছিন্ন প্রক্রিয়া যার মাধ্যমে শিক্ষক শিক্ষার্থীর জ্ঞান ও ধারণার ত্রুটি নির্ণয় ও সংশোধন করেন।

$\frac{5}{4}$ বলতে কী বোঝায় ? ফিতের $\frac{3}{8}$ অংশ পৃথক কর।

$\frac{8}{3}$ বলতে কী বোঝায়?

২.১২. সারসংক্ষেপ

এই পাঠএককের সারসংক্ষেপ হল নিম্নরূপ ঃ

- সূচনা
- এই পাঠএককের উদ্দেশ্য

- পঠন পদ্ধতি— মনোবৈজ্ঞানিক ও যুক্তিনির্ভর প্রণালীর তুলনা
- মূর্ত থেকে বিমূর্ত অভিজ্ঞতা নির্ভর পদ্ধতি
- বিভিন্ন পদ্ধতি যেমন— আবিষ্কারমূলক পদ্ধতি; কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি; প্রকল্প পদ্ধতি; সমস্যা সমাধান পদ্ধতি, আরোহী, অবরোহী, বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী পদ্ধতি
- উপরোক্ত পদ্ধতিগুলির বৈশিষ্ট্য
- আলোচিত পদ্ধতিগুলির সুবিধা ও অসুবিধা
- বিভিন্ন উদাহরণের মাধ্যমে উপরোক্ত পদ্ধতিগুলির প্রয়োগ

২.১৩. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

ক) মনোবিজ্ঞান প্রণালী ও যুক্তিনির্ভর প্রণালী বলতে কী বুঝবেন?

খ) আবিষ্কার মূলক পদ্ধতির বৈশিষ্টগুলি কি কি?

গ) গণিতে কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতির গুরুত্ব কি?

ঘ) প্রকল্প পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি বর্ণনা করুন।

ঙ) উদাহরণ সহযোগে আরোহী, অবরোহী, বিশ্লেষণী ও সংশ্লেষণী পদ্ধতির ব্যাখ্যা করুন।

২.১৪. অনুশীলনী

ক) প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষায় মনোবৈজ্ঞানিক প্রনালী ও যুক্তি নির্ভর প্রণালীর কিভাবে সমন্বয় ঘটানো যায় তা বর্ণনা করুণ।

খ) কোন কোন পদ্ধতিতে শিশুর মূর্ত থেকে বিমূর্ত ধারনা দেওয়া যেতে পারে।

গ) আবিষ্কারমূলক পদ্ধতি কি? এই পদ্ধতির বৈশিষ্টগুলি লিখুন।

ঘ) উদাহরণ সহযোগে আবিষ্কারমূলক পদ্ধতির প্রয়োগ ব্যাখ্যা করুন।

ঙ) কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি বলতে কি বোঝায়? এই পদ্ধতির গুরুত্বগুলি আলোচনা করুন।

চ) উদাহরণ সহযোগে কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতির সুবিধাগুলি আলোচনা করুন।

ছ) প্রকল্প পদ্ধতিটি কি? এই পদ্ধতির বৈশিষ্টগুলি কি কি? এই পদ্ধতির কয়টি স্তর? বিভিন্ন স্তরের সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিন।

জ) প্রকল্প পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি কী কী?

ঝ) সমস্যা সমাধান পদ্ধতি বলতে কি বোঝায়? এই পদ্ধতির বিভিন্ন স্তরগুলি লিখুন।

ঞ) সমস্যা সমাধান পদ্ধতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখুন।

পাঠ একক – ৩

শিক্ষা উপকরণ
(Teaching Learning Materials)

৩.১. সূচনা ঃ

যে সমস্ত উপাদান সামগ্রী পাঠদান কালে ব্যবহার করে শিক্ষার্থীর পাঠে অধিকতর আগ্রহী করা যায়, পর্যবেক্ষণ ক্ষমতা ও যুক্তিবোধ বাড়ানো যায়, শিক্ষনীয় বিষয়টিকে অনেকাংশে মূর্ত করে তোলা যায়, বিষয়টি শিক্ষার্থীর কাছে বোধগম্য করে তোলা যায় সেগুলিই হল শিক্ষা উপকরণ (TLM বা Teaching Aids)।

শিক্ষার্থীর বিভিন্ন ইন্দ্রিয় নির্ভর বিষয়ের ভিত্তিতে উপকরনের শ্রেণিবিভাগ করা হয় যেমন— (ক) দৃশ্য নির্ভর, (খ) শ্রবণ নির্ভর, (গ) পঠন নির্ভর

বর্তমান শিক্ষা ব্যবস্থার পঠন পাঠনে উপকরণের ব্যবহার একান্তই প্রয়োজনীয় হয়ে পড়েছে।

৩.২. উদ্দেশ্য ঃ

এই পাঠএকক পাঠের পর নিম্নলিখিত বিষয়ে জানতে পারবেন—

১) গণিত শিক্ষায় উপকরণের প্রয়োজনীয়তা

২) শিক্ষা উপকরণ নির্বাচনের নীতি

৩) উপকরণ ব্যবহারের সর্তকতা

৩.৩. গণিত শিক্ষায় উপকরণের প্রয়োজনীয়তা ঃ

গণিত মুলত বিমূর্ত বিষয়। শিক্ষার্থীদের অসংখ্য গাণিতিক বিমূর্ত প্রক্রিয়া শিখতে হয়। অধিকাংশ শিশু শুধুমাত্র বিমূর্ত চিন্তা করতে আগ্রহী হয় না। আবার মনে রাখতে চায় না। শিশুর এই রকম মনভাবকে দূর করার জন্য উপকরণের ব্যবহার ভীষণ প্রয়োজন। নিম্নে উপকরণ ব্যবহারে শিক্ষক ও শিক্ষার্থীর কী সুবিধা তা দেওয়া হল-

১) উপকরণের মাধ্যমে গণিত বিষয়ে মূর্ত ধারণার মাধ্যমে বিমূর্ত ধারণা দিলে শিক্ষার্থীর কাছে তা সহজবোধ্য ও গ্রহণ যোগ্য হয়। বিমূর্ত নিয়মটির যুক্তিপূর্ণ কারণ জানতে পারে তখন সে নিয়মটি মনেও রাখতে পারে।

২) প্রাথমিক স্তরের গাণিতিক বিষয়গুলির অধিকাংশই ব্যক্তির দৈনন্দিন জীবনে কাজে লাগে। তাই উপকরণের মাধ্যমে পাঠ দিলে গাণিতিক বিষয় ও ব্যবহারিক ক্ষেত্রের সংযোগ রক্ষিত হয়। ফলে গণিতের বিষয়জ্ঞান ব্যবহারিক জীবনে কাজে লাগাতে পারে।

৩) শিখনে একাধিক ইন্দ্রিয়ের ব্যবহার হলে শিখন সুস্পষ্ট ও দীর্ঘস্থায়ী হয়। উপকরণ ব্যবহারে একাধিক ইন্দ্রিয় কার্যকারী করতে পারে। তাই গণিত শিখনে উপকরণ ব্যবহার হলে শিক্ষার্থীর শিখন স্পষ্ট হয়।

৪) উপকরণের মাধ্যমে গণিত শিক্ষা দিলে শিক্ষার্থীর পর্যবেক্ষণ ক্ষমতা বিশ্লেষণ ক্ষমতা সহজে বাড়ানো যায়।

৫) উপকরণের সাহায্যে গাণিতিক জটিল ধারণাকে সহজগম্য করে তোলা যায়।

৬) উপকরণের সাহায্যে পাঠ দিলে শিক্ষার্থীকে অধিক সক্রিয় করা যায় এবং সঠিক সিদ্ধান্ত গ্রহণে উৎসাহিত করা সহজ হয়।

৭) উপকরণ শিক্ষকের পাঠদানকে বৈচিত্র্যপূর্ণ করে তোলে ফলে শিক্ষার্থীর পাঠ গ্রহণে একঘেয়েমি আসে না।

৮) বাস্তব পরিবেশের কার্যক্রমকে উপকরণের সাহায্যে শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীর কাছে উপস্থাপন করা যায়।

৩.৪. শিক্ষা উপকরণ নির্বাচনের নীতি ঃ

১) বিষয়ের সঙ্গে সঠিক সম্পর্কযুক্ত বস্তু সামগ্রীকেই উপকরণ হিসাবে নির্বাচিত করতে হবে।

২) শিশুর নিকট পরিচিত পরিবেশের বিষয়বস্তু হবে পাঠদানের শিক্ষা উপকরণ।

৩) নির্বাচিত উপকরণগুলির গঠন সহজ সরল হবে।

৪) শিক্ষা উপকরণগুলি বাস্তব এবং স্বল্পমূর্ত উভয় প্রকারের হবে যাতে মূর্ত থেকে স্বল্পমূর্ত এবং স্বল্পমূর্ত থেকে বিমূর্ত ধারণায় যাওয়া যায়।

৫) পর্যবেক্ষণ কালের সংগৃহীত বস্তুকেও শিক্ষা উপকরণ হিসাবে গ্রহণ করতে হবে এতে শিক্ষার্থীর উৎসাহ বেশি থাকবে।

৬) সৃজনাত্মক ও উৎপাদনাত্মক কাজে শিশুদের তৈরি জিনিসগুলিকে উপকরণ হিসাবে গ্রহণ করলে ভাল ফল পাওয়া যায়।

৩.৫. উপকরণ ব্যবহারের সতর্কতা ঃ

১) একই বিষয়ের উপর একসঙ্গে অনেক উপকরণ ব্যবহার করা উঠিত নয়।

২) উপকরণগুলি শিক্ষার্থীদের বয়স, মানসিক ক্ষমতা অনুযায়ী হবে।

৩) যতদূর সম্ভব তার অভিজ্ঞতার ক্ষেত্র থেকে উপকরণ নির্বাচিত হওয়া দরকার।

৪) উপকরণ কেবল সহায়ক হিসাবে সাহায্য করে।

৫) প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণির তুলনায় তৃতীয় শ্রেণি থেকে উপকরণের ব্যবহার স্বাভাবিকভাবেই কমে আসবে।

৩.৬. উপকরণ প্রস্তুতির নীতি ও কৌশল ঃ

পরিবেশ থেকে সংগৃহীত উপাদান ব্যবহার করতে হবে, সাধারণ যন্ত্রপাতির ব্যবহার হবে যেমন, কাঁচি, কাগজ, পেনসিল, ইত্যাদি। যথাসম্ভব শিক্ষার্থীদের দ্বারা উপকরণ তৈরি করতে হবে। শিক্ষক মহাশয় প্রয়োজন মত সাহায্য করবেন।

উদাহরণ - দাঁড়িপাল্লা তৈরি।

উপকরণ - দুটি কৌটার ঢাকনা, দাঁড়ি, পেরেক, হাতুড়ি, একখন্ড লাঠি।

প্রস্তুতি প্রনালী ঃ

ক) ঢাকনা দুটির কিনারা বরাবর তিনটি সমান দূরত্বের স্থান চিহ্নিত করতে হবে

খ) উক্ত চিহ্নিত স্থানে পেরেক দিয়ে হাতুড়ির সাথে ফুটো করতে হবে

গ) উক্তস্থান তিনটি থেকে সমান মাপের দড়ি বাঁধতে হবে

ঘ) একটি কাঠির দুই প্রান্তে দুটি ঢাকনার দড়িগুলি বাঁধতে হবে

ঙ) কাঠির মাঝখানে একখন্ড দড়ি দিয়ে বাঁধতে হবে

চ) ঢাকনা দুটি ঝোলার সময় কাঠিটিকে সমান্তরাল ভাবে রাখার জন্য প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা নিতে হবে

৩.৭. TLM-এর তালিকা

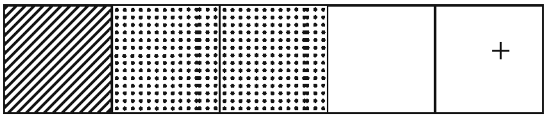
প্রত্যেকটি শ্রেণির জন্য কাগজের তৈরি বাক্স রাখতে হবে। এই বাক্সে রক্ষিত প্রয়োজনীয় উপকরনই হল নিম্নে বিভিন্ন শ্রেণির জন্য তালিকা ও তা গণিতের কোন বিষয়বস্তু শিখনে ব্যবহৃত হয় তা নিম্নরূপ ঃ

TLM	শ্রেণি	গণিতে যে বিষয়বস্তু শিখনে ব্যবহৃত হবে
১) মাটির গুলি	প্রথম	বিয়োগের শিখন সংখ্যার ধারণা ও যোগ
২) কাঠি	প্রথম	,,
৩) পরিবেশের বিভিন্ন স্থান থেকে সংগৃহীত পাথর/নুড়ি	প্রথম	,,
৪) বিভিন্ন ছবি	,,	,,
৫) সংখ্যাকার্ড	,,	,,
৬) তৈরি দশকের এবং শতকের গুচ্ছ	১ম ও ২য়	দশক ও শতকের ধারণা
৭) অ্যাবাকাস	১ম	যোগ ও বিয়োগের ধারণা
৮) বিভিন্ন মাপের কৌটা ও শিশি	১ম, ২য় ও ৩য়	তরল পদার্থ পরিমাপের ধারণা, বিভিন্ন পদার্থের ওজনের ধারণা
৯) কাপড়ের তৈরি মাপন ফিতা মিটার কাঠি	১ম , ৫ম	মিটার/সেমি এর ধারণা
১০) দাঁড়িপাল্লা	১ম ও ২য়	ওজনের ধারণা
১১) মাটির তৈরি বাটখারা	১ম ও ২য়	ওজনের একক
১২) ভাঙা ইঁট	,,	অসমতলের ধারণা
১৩) গোল কৌটা বা ফানেল	৪র্থ	বক্রতলের ধারণা ও গোলকের ধারণা
১৪) পীচবোর্ডের তৈরি ত্রিভুজ, আয়তাকার, বৃত্তাকার ও চতুর্ভুজ	৫ম	বিভিন্ন জ্যামিতিক আকারের ধারণা
১৫) পীচবোর্ডের রং করা	৩য় ও ৪র্থ	ভগ্নাংশের ধারণা
১৬) আর্ট কাগজের তৈরি সংখ্যার চার্ট ও নামতার চার্ট	১ম, ২য় ও ৩য়	যোগ, বিয়োগের ধারণা
১৭) আর্ট কাগজের তৈরি সংখ্যার খেলা	১ম ও ২য়	যোগ, বিয়োগের ধারণা
১৮) মাটির তৈরি বিভিন্ন ঘনবস্তু, বল	৪র্থ ও ৫ম	গোলক, আয়তঘনক, চোঙের ধারণা
১৯) বেসবোর্ড	৪র্থ	ল.সা.গু-র ধারণা

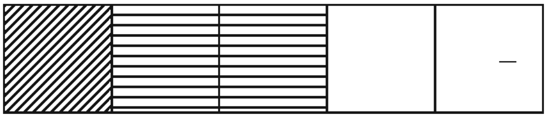
৩.৮. কয়েকটি শিক্ষা উপকরণের নমুনা ঃ

সংখ্যা কার্ড - ছোট ছোট কাগজে বিভিন্ন সংখ্যাগুলি লিখে পিছনে শক্ত কাগজ বা পীচবোর্ডে এঁটে দিতে হবে। ক্যালেন্ডার থেকে সংখ্যাগুলি শিক্ষার্থীদের সাহায্যে কাটান যেতে পারে। প্রত্যেক শিক্ষার্থীর গলায় তার রোল নম্বরের সংখ্যাটি ঝুলিয়ে রাখবে। এর দ্বারা শিক্ষার্থী নিজের সংখ্যার ও অপরের সংখ্যার সাথে পরিচিত হবে।

ভগ্নাংশের যোগ-বিয়োগের শিক্ষা উপকরণ ঃ পিচবোর্ডে তৈরি নিম্নরূপে রং করে কার্ড করা যায়।



$= \frac{১}{৫} \quad \frac{২}{৫} \quad \frac{৩}{৫}$



$= \frac{৩}{৫} \quad \frac{১}{৫} \quad \frac{২}{৫}$

৩.৯. উপকরণ হিসাবে পরিবেশের ব্যবহার ঃ

প্রাথমিক শিক্ষার লক্ষ্য সমাজের ৫-১০ বছরের সকল শ্রেণির শিক্ষার্থীকে শিক্ষা দেওয়া। আমাদের রাজ্যে অধিকাংশ প্রাথমিক বিদ্যালয় গ্রামে অবস্থিত। শিক্ষার অধিকার আইনে সকল শিশুকে শিক্ষার আঙিনায় আসার কথা আমাদের পরিবেশের মধ্যে থেকেই শিক্ষা উপকরণ সংগ্রহ করলে অর্থের দিক থেকে সুবিধা শিক্ষার্থীর আশে পাশে যা কিছু আছে তাই হল শিশুর পরিবেশ। বিভিন্ন স্থানের পরিবেশ বিভিন্ন গ্রাম ও শহরের পরিবেশ বিভিন্ন। ওই পরিবেশ থেকে পূর্বে উল্লেখিত উপকরণগুলির অধিকাংশই পাওয়া যাবে। সুতরাং উপকরণ হিসাবে পরিবেশের ব্যবহার প্রয়োজন।

৩.১০. গণিতের পাঠ্যপুস্তকের বৈশিষ্ট্য ঃ

গণিতের পাঠ্যপুস্তক কখনও কখনও শিক্ষামূলক উপকরণ হিসাবে কাজ করে। গণিত পুস্তকের চিত্র, নকশা, উদাহরণসহ ব্যাখ্যা, কাজের পাতা ইত্যাদি প্রাথমিক শিক্ষায় শিক্ষা উপকরণ হিসাবে কাজ করে। এ প্রসঙ্গে প.ব. বিদ্যালয় পাঠ্যসূচীর এক্সপার্ট কমিটি প্রকশিত গণিত বইগুলির আলোচনা করা যেতে পারে।

i) বইয়ের অনেক চিত্র, নকশা শিক্ষা উপকরণ হিসাবে কাজ করে

ii) বইয়ের কাজের পাতা আছে ব্যবহারের জন্য

iii) চিত্র এবং নকশার রং খুবই চিত্তাকর্ষক

iv) বইতে লিঙ্গ ভেদাভেদ নেই বললে চলে

v) নিজে নিজে বা দলগতভাবে শিক্ষার উপায়গুলি বইতে আছে

vi) কাজের মাধ্যমে শিক্ষার জন্য শিক্ষার্থীর কাছে বিভিন্ন অভিজ্ঞতার উল্লেখ আছে

vii) কাজের মাধ্যমে গণিত শিক্ষার জন্য বিভিন্ন চিত্তাকর্ষক নাম দিয়ে কাজের কথা বলা হয়েছে

viii) যাদের পূর্ব অভিজ্ঞতা কম, সেইসব শিক্ষার্থী বইয়ের মাধ্যমে অনেক অভিজ্ঞতা লাভ করবে

ix) এই পুস্তকগুলিতে সমস্যা সমাধানের বিভিন্ন উপায় উল্লেখ করা আছে (যেমন গ.সা.গু বিভিন্ন পদ্ধতিতে শেখার উপায় বলা হয়েছে) (পঞ্চম, পৃ: 48 – 55)

৩.১১. সারসংক্ষেপ

এই পাঠএককের সারসংক্ষেপ হল নিম্নরূপ ঃ

- সূচনা
- গণিত শিক্ষায় উপকরণের প্রয়োজনীয়তা
- শিক্ষা উপকরণ নির্বাচনের নীতি
- উপকরণ ব্যবহারের সতর্কতা ও প্রস্তুতির নীতি ও কৌশল
- উপকরণের তালিকা
- কয়েকটি শিক্ষা উপকরণের সাহায্যে গাণিতিক ধারণা দেওয়ার উদাহরণ
- উপকরণ হিসাবে পরিবেশের ব্যবহার ভীষনই প্রয়োজন।
- বিদ্যালয় বিশেষজ্ঞ কমিটি কর্তৃক প্রকাশিত গণিত পুস্তকের বৈশিষ্ট।

৩.১২. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

ক) উপকরণ ব্যবহারে শিক্ষক ও শিক্ষার্থীর কি কি সুবিধা তা বর্ণনা করুন।

খ) উপকরণ ব্যবহারের ফলে কি কি সতর্কতা নেওয়া প্রয়োজন তা লিখুন।

গ) উপকরণ প্রস্তুতির নীতি ও কৌশলগুলি কি?

ঘ) উদাহরণ সহযোগে বিভিন্ন উপকরণের ব্যবহার উল্লেখ করুন।

(ঙ) নতুন গণিত পুস্তকের সুবিধাগুলি উল্লেখ করুন।

৩.১৩. অনুশীলনী

ক) প্রাথমিক স্তরের গণিত শিক্ষায় উপকরণের প্রয়োজনীয়তা কী?

খ) বর্তমান শিক্ষা ব্যবস্থায় শিক্ষা উপকরণের ব্যবহার কোথায় তা আলোচনা কর।

গ) জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা অনুযায়ী কোনটি ঠিক? TLM/LTM; উপকরণ ব্যবহারে সতর্কতাগুলি লিখুন।

ঘ) উপকরণ হিসাবে পরিবেশের ব্যবহার আলোচনা করুন।

ঙ) কয়েকটি ধারণার উল্লেখ করুন যেখানে উপকরণের মাধ্যমে ভালোভাবে ধারণা দেওয়া যায়।

(চ) গণিত পুস্তক কীভাবে শিখন-সহায়ক উপকরণ হিসাবে কাজ করতে পারে, নতুন বইয়ের প্রেক্ষিতে আলোচনা করুন।

পাঠ একক — ৪

পাঠ পরিকল্পনা

(Lesson Plan)

৪.১. ভূমিকা

পাঠপরিকল্পনা হল পাঠদানের উদ্দেশ্যে শিক্ষকের পাঠের পূর্ব প্রস্তুতি। কোনো উদ্দেশ্যেমূলক কাজ ভালভাবে করতে হলে দরকার হয় সঠিক পরিকল্পনা। সঠিক ভাবে পরিকল্পনা না করলে যে কোনো কাজ সহজ ও সফলভাবে সম্পন্ন হয় না। শিক্ষা প্রক্রিয়াও হবে উদ্দেশ্যমুখী। শিক্ষক হলেন শিক্ষা প্রক্রিয়ার প্রত্যক্ষ নায়ক পাঠদানের পূর্বে কোনো বিষয় কিভাবে কত সময় ধরে কোন পদ্ধতি ব্যবহার করবেন তারই পূর্ব প্রস্তুতি হল পাঠ পরিকল্পনা।

৪.২. উদ্দেশ্য

এই পাঠএকক অনুশীলনের পর আপনি—

ক) পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব জানতে পারবেন।

খ) বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনার ধারণা দিতে পারবেন।

গ) দৈনিক পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

ঘ) শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি জানতে পারবেন।

৪.৩. বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনা

শিক্ষাবর্ষের শুরুতেই চারটি পর্বে মোট কর্মদিবসের ভিত্তিতে প্রতিটি অধ্যায়ের একক গুলি ভাগ করে নিতে হবে। প্রতিটি এককের উপর এককগুলির পরিমাণ ও গুরুত্বের বিচারে সম্ভাব্য পিরিয়ড সংখ্যা নির্ধারণ করতে হবে। প্রতিটি এককের জন্য পরীক্ষা ও সংশোধনী পাঠের সময় রাখতে হবে।

৪.৩.১. পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব ঃ

১) প্রতিটি পর্বের নির্ধরিত এককগুলি পূর্ব পরিকল্পনা মত অগ্রসর হলে সঠিক সময়ে পাঠদান পরিকল্পনা সমাপ্ত করা যায়।

২) শিক্ষক ও শিক্ষার্থীরা প্রতিটি বিষয়ের পর্যায়ক্রমিক কর্মধারা সম্পর্কে সজাগ থাকতে পারে, ফলে উভয়েরই পঠন পাঠনের জন্য মানসিক পূর্ব প্রস্তুতি থাকে।

৩) প্রতিটি এককের উপ এককগুলির শিখন সামর্থ্য নির্ধারণ করার পর্যাপ্ত সময় থাকে ফলে এবিষয়ে শিক্ষণ ভাবনার পরিবর্তন পরিমার্জন করার সুযোগ পান।

৪) নির্ধারিত শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক খসড়া একক মূল্যায়ণ পত্র আগে থেকেই তৈরি করা যায় এবং তার ভিত্তিতে পাঠদান পরিকল্পনা করলে সঠিক লক্ষ্যে পৌঁছানো সহজ হয়।

৪.৪. পর্বভিত্তিক বার্ষিক পাঠ পরিকল্পনা ঃ

[বর্তমান শিক্ষাবর্ষে নুতন পাঠক্রম অনুযায়ী নুতন কার্য দিবসে পরিকল্পনা করতে হবে]

৪.৪.১. সামর্থ ভিত্তিক পাঠএকক বিশ্লেষণ : উদাহরণ (১)

শ্রেণি— চতুর্থ, বিষয়— গণিত, পাঠএকক— গ.সা.গু

উপএকক	পিরিয়ড সংখ্যা	পূর্বঅর্জিত শিখন সামর্থ্য	কাম্য শিখন সামর্থ্য			
			জ্ঞান	বোধ	প্রয়োগ	দক্ষতা
১) গ.সা.গু-র ধারণা	১	গুণের নামতা, বিভাজ্যতা, গুণনীয়ক, গুণনীয়ক-ব্যবহারের সামর্থ	১) গ. সা. গু এর অর্থ জানবে। ২) পুরোনাম স্মরণ করতে পারবে।	গ.সা.গু-এর সঙ্গো সঙ্গো সংখ্যাগুলির সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।	-	-
২) গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতি	২	গুণের নামতা, বিভাজ্যতা, গুণনীয়ক ব্যবহারের সামর্থ ও গ.সা.গু এর ধারণা	গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি স্মরণ করতে পারবে।	বিভিন্ন পদ্ধতি-গুলির মধ্যে পার্থক্য ও মিল নির্ণয় করতে পারবে।	-	-
৩) ভাষামুলক সমস্যা	৩	গুণনীয়ক ও গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতি	গ.সা.গু নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি স্মরণ করতে পারবে।	ভাষামূলক অঙ্ক সমাধানের উপায়টি সনাক্ত করতে পারবে।	১)বিশ্লেষণ -এর মাধ্যমে সমস্যাটি সমাধান করতে পারবে। ২)ভাষা মূলক অঙ্কে তৈরি করতে পারবে।	- -

৪.৫. প্রতিদিনের পাঠ পরিকল্পনা ঃ

প্রতিদিন শ্রেণিতে যে বিষয়ের যে অংশটি শিক্ষক পাঠদান করবেন তারও সামর্থভিত্তিক পূর্ব পরিকল্পনা লিখিত বা মৌখিক ভাবে করে নিতে হবে। এই পরিকল্পনায় যেগুলির উপর বিশেষ গুরুত্ব দিতে হবে সেগুলি হল - পাঠদানের সাথে সাথে শিক্ষার্থীরা কী কী সামর্থ অর্জন করবে। কী কী উপকরণ ব্যবহার করা হবে। শিক্ষার্থীদের সক্রিয়তা বৃদ্ধির জন্য কী কী প্রশ্ন করা হবে এবং প্রয়োগস্তরে তাৎক্ষনিক মূল্যায়ণের প্রশ্ন যার দ্বারা অর্জিত সামর্থ্য যাচাই করা যাবে। এগুলি সঠিকভাবে করতে হলে শিক্ষক মহাশয়দের বাড়িতে বিষয়টি ভাল করে পড়ে নিতে হবে এবং চিন্তাপ্রসূত পরিকল্পনা করতে হবে।

৪.৫.১. প্রতিদিনের পাঠ পরিকল্পনার গুরুত্ব ঃ

১) সুনির্দিষ্ট শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক পাঠ পরিকল্পনা অনুসরণ করে পাঠদান করলে শিক্ষার মুল উদ্দেশ্য সফল হতে বাধ্য।

২) পাঠ পরিকল্পনা যেহেতু পাঠদানের পূর্বপ্রস্তুতি তাই পাঠদানকে আকর্ষনীয় বোধগম্য করার জন্য প্রয়োজনীয় উপকরণ সংগ্রহ করার সময় পাওয়া যায়।

৩) পাঠ পরিকল্পনা করে পাঠদান করলে শিক্ষক বা শিক্ষিকা সঠিক সময়ে স্বতঃস্ফুর্তভাবে পাঠদান করতে পারেন।

৪) যেহেতু পাঠ পরিকল্পনায় শিক্ষার্থীদের জন্য সম্ভাব্য প্রশ্নের নমুনা থাকে তাই শিক্ষক শিক্ষার্থীকে অধিক সক্রিয় আগ্রহী ও কৌতুহলী করে তুলতে পারেন।

৫) পাঠ পরিকল্পনায় যেহেতু পূর্ব স্থিরকৃত সামর্থ যাচাই এর প্রশ্ন রাখা হয় ফলে তাৎক্ষনিক মূল্যায়ণের সুযোগ থাকে।

৪.৬. পাঠ পরিকল্পনা বা পাঠ টীকার পর্যায়ক্রমিক স্তর ঃ

১) প্রথম স্তরে থাকে বামদিকে বিদ্যালয়ের নাম, শ্রেণি শিক্ষকের নাম আর ডানদিকে বিষয়, পাঠ, সময় ও তারিখ।

২) দ্বিতীয় স্তরে থাকে পাঠটির কাম্য শিখন সামর্থ্য অর্থাৎ পাঠের মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীরা কী কী সামর্থ্য অর্জন করবে।

৩) তৃতীয় স্তরে প্রয়োজনীয় শিক্ষা উপকরণের উল্লেখ থাকবে।

৪) চতুর্থস্তরে শিক্ষার্থীদের নতুন পাঠে মানসিক প্রস্তুতির জন্য সম্ভাব্য কয়েকটি প্রশ্ন থাকবে যেগুলি তাদের পূর্বজ্ঞান ভিত্তিক এবং বর্তমান পাঠের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত।

৫) পঞ্চম স্তরে পাঠ ঘোষণা শিক্ষার্থীদের মানসিক প্রস্তুতি এসে গেলে নুতন পাঠটি শিক্ষার্থীদের কাছে সমস্যা আকারে তুলে ধরতে হবে।

৬) ষষ্ঠস্তরে থাকে উপস্থাপন। উপস্থাপনে বিশেষ করে থাকবে সংক্ষিপ্ত বিষয়স্তু, উপকরণের সম্ভাব্য প্রতিক্রিয়া ও সম্ভাব্য বোর্ডের কাজ।

৭) সপ্তম স্তর হল প্রয়োগ। এই স্তরে শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক প্রশ্ন থাকবে যার মাধ্যমে তাৎক্ষনিক মূল্যায়ণ করে জানা যাবে শিক্ষার ত্রুটি ও ঘাটতি এবং পরের দিনের পাঠ পরিকল্পনার প্রস্তুতির সম্ভাব্য দিক।

❑ প্রক্রিয়া ভিত্তিক পাঠটীকায়— পাঁচটি স্তম্ভ থাকে। প্রথমটি— প্রারম্ভিক কাজকর্ম (Input), দ্বিতীয়— শিক্ষকের ভূমিকা, তৃতীয়— শিক্ষকের ভূমিকার তাৎপর্য, চতুর্থ— শিক্ষার্থীর কাজ, পঞ্চম— শিক্ষক ও শিক্ষার্থীদের মধ্যে মিথোষ্ক্রিয়া।

❑ পাঠটীকায় তিনটি আবশ্যিক স্তর : আয়োজন, উপস্থাপন, মুল্যায়ন/প্রয়োগ।

৪.৭. শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্র ঃ

৪.৭.১. জ্ঞানমূলক ঃ

পাঠ সম্পর্কিত পাঠ্যপুস্তকের অংশের নিম্নরূপ পর্যায়গুলি স্মরণ করতে পারা হল জ্ঞানমূলক শিখন সামর্থ্য। জ্ঞানমূলক শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি হল-

১) পাঠ্যাংশের সংজ্ঞাগুলি স্মরণ করতে পারা।

২) পাঠ সম্পর্কিত বিষয়ে বৈশিষ্ট্য স্মরণ করতে পারা।

৩) প্রয়োজনীয় মুল বা নিয়ম স্মরণ করতে পারা।

৪) পাঠ সম্পর্কিত তথ্যগুলি স্মরণ করতে পারা।

৫) বিষয়ভিত্তিক বিভিন্ন পদ স্মরণ করতে পারা।

৬) পাঠ্যাংশের প্রতীক বা আকার স্মরণ করতে পারা।

৭) কোনো বিষয়ের শ্রেণিবিভাগ থাকলে তা স্মরণ করতে পারা।

৮) সংশ্লিষ্ট প্রক্রিয়া বা ঘটনা স্মরণ করতে পারা।

৪.৭.২. বোধমূলক ঃ

বোধমূলক শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি হল—

১) পাঠের মধ্যে নিকট সম্পর্কযুক্ত বিষয়ের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারা।

২) নিকট সম্পর্কযুক্ত দুটি বিষয়ের মধ্যে তুলনা অর্থাৎ মিল এবং অমিল করতে পারা।

৩) সমস্যার সম্ভাব্য সমাধানগুলি থেকে সঠিক সমাধানটি সনাক্ত করতে পারা।

৪) কোনো সৃষ্ট ধারণার ব্যাখ্যা দিতে পারা।

৫) পাঠের বিভিন্ন বিষয়ের উপর উদাহরণ দিতে পারা।

৬) ভুল বিবৃতিকে যুক্তি দিয়ে সংশোধন করতে পারা।

৭) সঠিক সিদ্ধান্তকে যুক্তি দিয়ে সমর্থন করতে পারা

৮) বিশেষ শ্রেণিকরণের কারণ ব্যাখ্যা দিতে পারা।

৯) প্রদত্ত নমুনা দেখে তার সম্পর্কে ব্যাখ্যা দিতে পারা।

অর্থাৎ পাঠ্যাংশের অন্তর্ভুক্ত বিষয়ের অন্তর্নিহিত কারণ ব্যাখ্যা করতে পারা হল বোধমূলক শিখন সামর্থ্য।

৪.৭.৩. প্রয়োগমূলক ঃ

পাঠ সম্পর্কযুক্ত বাস্তব এবং পাঠ্য বর্হির্ভুত বিষয়ের বিশ্লেষণ দিতে পারা হল প্রয়োগমূলক শিখন সামর্থ্য। এই সামর্থ্যের পর্যায়গুলি হল—

১) আলোচিত পাঠের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত অথচ পাঠ্যপুস্তকে নেই এরকম বিষয়ের বিশ্লেষণ দিতে পারবে।

২) পরীক্ষা ও পর্যবেক্ষণ নির্ভর বা প্রদত্ত তথ্য থেকে সঠিক সিদ্ধান্তটি গ্রহণ করতে পারবে।

৩) কোনো ঘটনার কারণ অনুসন্ধানে পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত কারণ গুলি একত্রিত করে সঠিক ব্যাখ্যা দিতে পারবে।

৪) কোনো বিষয়কে নতুনভাবে বা বিকল্পরূপে প্রয়োগ করতে পারবে।

৫) পাঠ্যবর্হির্ভুত কিন্তু পাঠসম্পর্কিত নতুন সমস্যার সৃষ্টি করতে পারবে।

৬) প্রদত্ত তথ্যাবলীর ঘাটতি, আধিক্য বা সম্পূর্ণ কিনা যাচাই করতে পারবে।

৪.৭.৪. দক্ষতামূলক ঃ

দক্ষতামূলক শিখন সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি হল—

১) নিখুঁতভাবে পাঠ্যবিষয়ের চিত্র অঙ্কন করতে পারা।

২) শুদ্ধ ও স্পষ্টভাবে উচ্চারণ করতে পারা

৩) পরিষ্কার ও সঠিকভাবে লিখতে পারা।

৪) মডেল বা চার্ট তৈরি করতে পারা।

৫) বিভিন্ন ধরনের হাতের কাজ ভালভাবে নিখুঁতরূপে করতে পারা।

৬) খেলার মাধ্যমে সঠিকভাবে অঙ্গ সঞ্চালন করতে পারা।

অর্থাৎ সম্পূর্ণ স্নায়ু ও মাসপেশীর সুসমন্বয় ঘটিত ক্রিয়ামূলক কাজে পারদর্শী হওয়া হল দক্ষতামূলক শিখন সামর্থ্য।

৪.৮. শিক্ষানবিশীর পূর্বে শিক্ষণ প্রক্রিয়া ঃ (Pre Internship Teaching)

Pre Internship Teaching পূর্বের অনুপাঠটীকার সাথে তুলনীয়। এর কতকগুলি অংশ এবং উপঅংশ আছে।

শিখন প্রক্রিয়া ও উপাংশ

১। জ্ঞান ও অভিজ্ঞতার সমন্বয়ন

- শিক্ষার্থীদের সাহায্যে বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে সমন্বয়ন
- শিক্ষার্থীদের সমন্বয়নে সাহায্যে করা এবং সমন্বয়ের সপক্ষে উদাহরণ দিতে বলা
- উপযুক্ত উদাহরণের মাধ্যমে জ্ঞান ও অভিজ্ঞতার মধ্যে সমন্বয় করতে সাহায্য করা
- শ্রেণিতে অংশগ্রহণ ও পারস্পরিক যোগাযোগের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের জ্ঞান/অভিজ্ঞতার সামান্যীকরণে সহায়তা করা

২। শিশু কেন্দ্রিক শিখনে সহযোগিতার দক্ষতা

- প্রত্যেক শিক্ষার্থীর শিক্ষায় অংশগ্রহণ নিশ্চিত করা
- বিশেষ বিশেষ শিক্ষাগত অভিজ্ঞতা/ফলাফল প্রকাশে শিক্ষার্থীকে উদ্বুদ্ধ করা
- বিভিন্ন দলের সহপাঠীদের সাথে শিক্ষার্থীর, নিজের দলের বিভিন্ন শিক্ষার্থীদের সাথে, শিক্ষার্থীর সাথে শিক্ষকের মিথোষ্ক্রিয়ায় উৎসাহিত করা।
- সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করা

৩। শিক্ষার্থীদের অনুসন্ধানে সাহায্য করা

- শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন/অনুসন্ধান করতে উৎসাহিত করা
- বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন করায় উৎসাহিত করা
- শিক্ষার্থীর উপযুক্ত প্রশ্নকরণ নিশ্চিত করা
- প্রশ্নের প্রাসঙ্গিকতা যাচাই করা

৪। শিক্ষার্থীদের পর্যবেক্ষণ ক্ষমতা বৃদ্ধি করা

- পর্যবেক্ষণের সম্ভাবনাযুক্ত পরিস্থিতির সাথে শিক্ষার্থীকে মুখোমুখি করা
- পর্যবেক্ষণের ভিত্তিতে পুনর্মূল্যায়ন ও পুনর্চিন্তনে শিক্ষার্থীকে সহযোগিতা করা
- কার্যকরণ সম্পর্ক স্থাপনে শিক্ষার্থীকে উৎসাহিত করা
- সদৃশ ঘটনায় একই পর্যায়ের পর্যবেক্ষণ ও চিন্তার প্রয়োগ করতে সাহায্য করা

৫। শিখন পরিস্থিতির সাথে বিভিন্ন সম্পাদনী কলার (Performing Arts) যোগাযোগ ঘটানো :

- সম্পাদনী কলার মাধ্যমে পাঠে অংশগ্রহণে সাহায্য করা
- সম্পাদনী কলার সাহায্যে সৃজনশীল কাজে উৎসাহ দান
- পাঠের নাট্যরূপ দানে উৎসাহিত করা
- শিখন পরিস্থিতি প্রাত্যহিক জীবনে স্থানান্তরিত করায় উৎসাহ দান।

৪.৮.১ প্রাকশিক্ষানবিশী শিক্ষণ

বিদ্যালয় শ্রেণি-৩য় সময়-৪০মি শিক্ষক এনরোলমেন্ট নং তারিখ	বিষয়-গণিত একক-গড় উপএকক-গড় দক্ষতা-অনুসন্ধানে উৎসাহে দানের দক্ষতা

দক্ষতা-অনুসন্ধানে উৎসাহদান

প্রক্রিয়ার উপাংশ

(১) শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করায়/অনুসন্ধানে সুযোগ দেওয়া

(২) বিভিন্ন ধরনের প্রশ্নে উৎসাহিত করা

(৩) উপযুক্ত প্রশ্ন জিজ্ঞাসায় সহযোগিতা করা

(৪) প্রাসঙ্গিক প্রশ্ন জিজ্ঞাসায় সহযোগিতা করা।

শিখন-শিক্ষণ উপকরণ

(১) কিছু পেন শিক্ষার্থীদের মধ্যে ইতস্তত বিতরণ করা (ধরা যাক তিনজনের মধ্যে ৯টি পেন), অনুরূপ বিতরণের চার্ট।

(২) সবাই সমান পেয়েছে এমন একটি চার্ট

প্রারম্ভিক কাজ কর্ম (উপাদান)	প্রক্রিয়ার উপ-অংশ	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীদের যোগাযোগ মূলক কাজ/মিথোস্ক্রিয়া
বিক্ষিপ্তভাবে বিতরণ	১	শিক্ষার্থীকে প্রশ্ন করায়/ অনুসন্ধানে সুযোগ দেওয়া	বিতরণের ফলাফলে	শিক্ষার্থী বিতরণের ফলাফল দেখে, সমানভাবে দেবার চেষ্টা করে	সহপাঠীদের সাথে আলোচনা করে সবাইকে সমানভাবে দেবার চেষ্টা করে
সমানভাবে বিতরণের চেষ্টা	২	সমানভাবে বিতরণের উপদেশ দান	বিতরণে সহযোগিতা করা	শিক্ষার্থী বিভিন্নভাবে বিতরণের চেষ্টা করে	শিক্ষক ও সহপাঠীদের সাথে আলোচনা করে
মিন নির্ণয়	৩	কোচিং	TLM ব্যবহার করে মিন নির্ণয়ের সংকেত দান	সমানভাগ, সমগ্র পেনের সংখ্যা এবং শিক্ষার্থীর সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করে	সহপাঠী এবং শিক্ষকের সাহায্য নিয়ে সমান ভাগটির নাম দেয়
মিন নির্ণয় করে	৪	সহযোগিতা প্রদান	গণনা করবার দক্ষতা বৃদ্ধি করা	প্রথমে ভাগ ও পরে যোগ প্রক্রিয়া গ্রহণ করে	শিক্ষকের সাহায্য গ্রহণ করে

৪.৯. গাণিতিক প্রক্রিয়া ঃ

গাণিতিক প্রক্রিয়া (Process of Mathematics) ঃ NCF (2005)-এ উল্লিখিত কয়েকটি গাণিতিক প্রক্রিয়া হল : বিমূর্তকরণ, সংখ্যায় প্রকাশ করা, সাদৃশ্য নির্ণয় করা, সমস্যা বিশ্লেষণ, সরলীকরণ, অনুমান এবং প্রমাণ, আসন্ন মান নির্ধারণ, চিত্র, তালিকা বা সংখ্যার সাহায্যে কোন বিষয়কে প্রকাশ করা, সমন্বয় করা, অঙ্কন করা, ধারাবাহিক যুক্তি বা বিচারকরণ, চিহ্ন, সমীকরণ ও চিত্রের মাধ্যমে যোগাযোগ। প্রক্রিয়াভিত্তিক পাঠটীকায় বিষয়বস্তুর পরিবর্তে প্রক্রিয়ার উল্লেখ থাকে।

৪.৯.১

পাঠ টীকা নং—১

[শিক্ষানবিশী পাঠ পরিকল্পনা] — প্রক্রিয়াভিত্তিক

বিদ্যালয়ের নাম

বিষয় : গণিত

শ্রেণি— ১

পাঠএকক : সমতার ধারণা, অসমতা, গাণিতিক চিহ্ন

সময় : ৪০ মিঃ

শিক্ষকের নাম

প্রক্রিয়া : সংখ্যালিখন, সংখ্যা শনাক্তকরণ, সংখ্যা তুলনা, দুটি সংখ্যার মধ্যে

$=, \neq, <$ & $>$ ব্যবহার, দৈনন্দিন জীবনে প্রয়োগ

LTM : বিভিন্ন সংখ্যাসারি ও বিভিন্ন সংখ্যার লেবেলযুক্ত বিভিন্ন বস্তুর (শিক্ষার্থীর সংখ্যা, বইয়ের সংখ্যা, ফলের সংখ্যা, লাঠির সংখ্যা) চার্ট

প্রস্তুতির স্তর

প্রারম্ভিক কাজকর্ম	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীদের যোগাযোগমূলক কাজ, মিথোস্ক্রিয়া
সংখ্যাগণনা, বস্তুর সংখ্যা গণনা, গাছের উচ্চতা	বিভিন্ন মাপের সংখ্যা সম্পর্কে আলোচনার সূচনা করা	আলোচনার প্রাসঙ্গীকরণ	নিজের অভিজ্ঞতা প্রকাশ করবে	পরস্পরের মধ্যে যোগাযোগ করে লব্ধ অভিজ্ঞতাকে নিশ্চিত করবে/সংশোধন করবে

উপস্থাপন স্তর

প্রারম্ভিক কাজকর্ম	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীর যোগাযোগ
চার্টের বিষয় বিশ্লেষণ	শিক্ষা উপকরণ ভিত্তিক মডেলিং	শিক্ষার্থীকে তুলনা করতে সাহায্য করা	বিভিন্ন লেবেলের সংখ্যাগুলি পাঠ করে; সমান সংখ্যক ও অসমান সংখ্যক বস্তুগুলিকে পৃথক করে	আলোচনার মাধ্যমে ঠিক করে তাদের কাজ ঠিক হচ্ছে কিনা। তারা উপযুক্ত উপায়ে $=$, $\neq$ চিহ্ন ব্যবহার করে।
অসমান সংখ্যার বস্তুগুলি ও উহাদের অসমতার অভিমুখ	শিক্ষক বিভিন্ন অসম সংখ্যার জিনিস দেখাবেন	সহায়তা দান	শিক্ষার্থী বিভিন্ন সংখ্যা ক ও খ-এর মধ্যে $<$ বা $>$ চিহ্নগুলি বসাবে	শিক্ষার্থীরা নিজের ও অন্য দলের মধ্যে আলোচনা করে নিশ্চিত হবে। শিক্ষকের সাহায্যও নেবে।

মূল্যায়ন/প্রয়োগ :

প্রারম্ভিক কাজ কর্ম	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীদের যোগাযোগ
শিক্ষাগত ফলাফলের প্রয়োগ	শিক্ষার্থীদের কাজ ও প্রশ্ন দেবেন	শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত দুর্বলতা নির্ণয়	শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন সংখ্যা তুলনা করবে এবং প্রয়োজনমত $=, \neq, <$ & $>$ বসাবে।	শিক্ষার্থীরা নিজেদের মধ্যে এবং শিক্ষকের সাথে আলোচনা করে নিশ্চিত হবে অথবা আরও নির্দেশ ও ব্যাখ্যার অপেক্ষায় থাকবে।

৪.৯.২

পাঠ টীকা নং—২

[শিক্ষানবিশী পাঠ পরিকল্পনা]

বিদ্যালয় | বিষয়-গণিত
শ্রেণি-৪র্থ | একক-কোণ
সময়-৪০মিঃ | উপএকক-কোণ

শিক্ষক

এনরোলমেন্ট নং

তারিখ

প্রক্রিয়া :

১) কোণ চিনতে পারা
২) কোণ অঙ্কণ করা
৩) বিভিন্ন মানসম্পন্ন কোণ অঙ্কণ করা
৪) বিভিন্ন ধরনের কোণ শনাক্তকরণ
৫) উদাহরণ দেওয়া
৬) কোণ সম্পর্কিত অভিজ্ঞতা প্রয়োগ করা

শিখন শিক্ষণ উপকরণ : নমনীয় কাগজের টুকরো, বড় হাতের ইংরাজী অক্ষর V, L, T, X ইত্যাদি, দেশলাইকাঠি, বিভিন্ন ধরনের ও মানের কোণ নির্দেশক চার্ট ইত্যাদি।

শিক্ষার্থীদের পূর্বজ্ঞান : হাতের আঙুল প্রসারিত করা, গাছের শাখার অন্তর্গত কোণ দেখা; ঘর, টেবিল বা বইয়ের কোণ দেখা, সাঁড়াশির অন্তর্গত কোণ দেখা।

প্রারম্ভিক কাজ কর্ম (উপাদান)	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক যোগাযোগধর্মী কাজ/ মিথোষ্ক্রিয়া
শিক্ষার্থীদের কোণ সম্পর্কিত পূর্বজ্ঞান	পূর্বজ্ঞানের সমন্বয়ন	সম্পর্ক অনুসন্ধান	কোণ সম্পর্কিত উপাদানগুলিকে অনুধাবন করে	শিক্ষার্থীরা পরস্পরের সাথে অভিজ্ঞতা বিনিময় করে

উপস্থাপন স্তর

প্রারম্ভিক কাজ কর্ম (উপাদান)	শিক্ষকের ভূমিকা	ভূমিকার যুক্তি	শিক্ষার্থীর কাজ	শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক যোগাযোগধর্মী কাজ
কোণের সংজ্ঞা দেওয়া	TLM ব্যবহার করা	সংজ্ঞা দানে সাহায্য করা	কোণের বৈশিষ্ট্য অনুধাবন করে	TLM ও শিক্ষকের সান্নিধ্যে নিজের এবং অন্য দলের সাথে আলোচনা করে সংজ্ঞায় উপনীত হয়।
কাগজ ভাঁজ করে কোণ তৈরি	কোণ তৈরির জন্য নির্দেশ দান	সহযোগিতা	কাগজ ভাঁজ করে কোণ তৈরি করে	নির্দেশ অনুযায়ী ঠিক হল কিনা প্রত্যেকে নিজের দল ও অন্য দলের সাথে আলোচনা করে
কাজের পাতার উপর কোণ অঙ্কণ	অঙ্কন সম্পর্কিত নির্দেশ দান	উৎসাহ দান	কোণ অঙ্কণ করে	নির্দেশ অনুযায়ী অঙ্কণ ঠিক হল কিনা প্রত্যেকে নিজের দল ও অন্য দলের সাথে আলোচনা করে
বিভিন্ন মানসম্পন্ন কোণের পরিমাপ	কোণের মান ও নাম সম্বলিত TLM ব্যবহার	উৎসাহ দান	বিভিন্ন মানসম্পন্ন কোণের পরিমাপ করে, নাম নির্বাচন করে (=, < বা > সমকোণ অনুযায়ী)	মান অনুযায়ী নাম নির্বাচন ঠিক হল কিনা দলগত আলোচনায় ও শিক্ষকের সাথে আলোচনায় ঠিক করে।
ঘড়ির কাঁটার সাহায্যে কোণ উৎপাদন করা	কোণ উৎপাদন সম্পর্কিত নির্দেশ দান	সহায়তা প্রদান	ঘড়ির কাঁটার সাহায্যে কোণ উৎপাদন করে এবং কোণের নাম উল্লেখ করে	শিক্ষক ও সহপাঠীদের সাথে সবাই মত বিনিময় করে
কোণের ধারণার প্রয়োগ	অন্য বিষয়ের সাথে সমন্বয়ন	শিক্ষা সঞ্চালন	বিভিন্ন নামের কোণ শনাক্তকরণ ও অঙ্কণ, প্রকৃতিতে উদাহরণ, বিভিন্ন যন্ত্রপাতিতে ব্যবহার	শিক্ষক ও সহপাঠীদের সাথে সবাই মত বিনিময় করে আরও উদাহরণ সংগ্রহ করে

৪.১০. সারসংক্ষেপ ঃ

- পাঠপরিকল্পনার গুরুত্বগুলি কি কি?
- বার্ষিক পাঠপরিকল্পনা ও পাঠভিত্তিক পাঠপরিকল্পনা
- সামর্থ্য ভিত্তিক বিভিন্ন পাঠএককের বিশ্লেষণ
- প্রতিদিনের পাঠপরিকল্পনার গুরুত্ব
- পাঠপরিকল্পনার বিভিন্ন স্তর যেমন জ্ঞানমূলক, বোধমূলক, প্রয়োগমূলক ও দক্ষতামূলক শিক্ষণ সামর্থ্যের আলোচনা
- প্রতিদিনের পাঠপরিকল্পনার নমুনা
- পদ্ধতি ভিত্তিক পাঠপরিকল্পনা

৪.১১. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন ঃ

ক) পরিকল্পনা বলতে কি বোঝেন?

খ) বার্ষিক পরিকল্পনা বলতে কি বলা হয়? এই পরিকল্পনার গুরুত্বগুলি কী কী?

গ) পর্বভিত্তিক পাঠপরিকল্পনার যেকোন একটি পাঠএককের উপর সামর্থ্যভিত্তিক বিশ্লেষণ করুন।

ঘ) প্রতিদিনের পাঠপরিকল্পনার গুরুত্ব কী?

ঙ) গণিত শিখনের প্রক্রিয়াগুলি লিখুন।

৪.১২. অনুশীলনী ঃ

ক) পাঠপরিকল্পনা বলতে কি বোঝায়?

খ) বিভিন্ন পাঠপরিকল্পনার গুরুত্বগুলি লিখুন।

গ) পর্বভিত্তিক পাঠপরিকল্পনা ও প্রতিদিনের পাঠপরিকল্পনার তুলনা করুন।

ঘ) বিভিন্ন শ্রেণীর যেকোন একটি পাঠএককের সামর্থ্যভিত্তিক পাঠএকক বিশ্লেষণ করুন।

ঙ) জ্ঞানমূলক, বোধমূলক, প্রয়োগমূলক ও দক্ষতামূলক শিক্ষণ সামর্থ্যের ক্ষেত্রগুলি লিখুন।

চ) বিভিন্ন শ্রেণির যেকোন একটি পাঠএককের শিখন সামর্থ্য অনুযায়ী পাঠপরিকল্পনা লিখুন।

পাঠ একক – ৫

মূল্যায়ন
(Evaluation)

৫.১. ভূমিকা ঃ

শিক্ষার্থীর ক্রমবর্ধমান ব্যক্তিত্ব বিকাশের ধারাবাহিক পরিমাপ ব্যবস্থা হল মূল্যায়ণ। অর্থাৎ মূল্যায়ণ হল এমন একটি পরিমাপ প্রক্রিয়া যার মাধ্যমে স্বল্প ব্যবধানে অবিরত অসংখ্য পরীক্ষার মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীর অর্জিত সামর্থ্য যাচাই করে তার ত্রুটি ও ঘাটতি দূর করে সার্বিক সাফল্যে উন্নিত করা।

৫.২. উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায় পাঠদানের পর নিম্নলিখিত বিষয়গুলি জানতে পারবেন-

১) মূল্যায়ণের বৈশিষ্ট্য
২) গণিত শিক্ষায় মূল্যায়নের প্রয়োজনীয়তা
৩) গণিত মূল্যায়নের বিভিন্ন কৌশল
৪) প্রাথমিক শিক্ষায় অবিরত মূল্যায়ন ধারা
৫) শিক্ষার্থীদের দুর্বলতম স্থান নির্ণয়ে অভীক্ষা পত্রের স্থান।
৬) গণিত ভিতি ও তার প্রতিকার।
৭) গণিতে পিছিয়ে পড়ার কারণ ও তা দূরীকরনের উপায়।
৮) গণিতে দুর্বলতা নির্ণয়াক অভীক্ষা।
৯) গণিতে অগ্রসর বা এগিয়ে যাওয়া শিক্ষার্থী।

৫.৩. মূল্যায়নের বৈশিষ্ট্য ঃ

মূল্যায়নের বিভিন্ন দিকগুলি পর্যালোচনা করলে জানা যাবে প্রাথমিক স্তরে মূল্যায়নের সার্বজনীনতা—

১) মূল্যায়ন একটি নিরবচ্ছিন্ন প্রক্রিয়া স্বল্প সময় ব্যবধানে ঘন ঘন পরীক্ষার মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীর ঘাটতি ও ত্রুটি নির্ধারণ করা।

২) মূল্যায়ন হল শিক্ষার্থীর অগ্রগতি নির্ণায়ক প্রক্রিয়া। অসংখ্য পরীক্ষার মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীর ত্রুটি ও ঘাটতি নিয়ন্ত্রণকরে তৎক্ষনাৎ তা দূরীকরনের ব্যবস্থা করতে হয়। এর ফলে শিক্ষার্থীকে সার্বিক সাফল্যে উন্নীত করা যায়। শিক্ষার্থীর অর্জিত সামর্থ্য পরিমাপ করা মূল্যায়নের মূল উদ্দেশ্য না, মুখ্য উদ্দেশ্য হল প্রতিনিয়ত শিক্ষার্থীর ত্রুটি ও ঘাটতি নিরাময় করা।

৩) মূল্যায়ন একটি বিস্তৃত প্রক্রিয়া এর মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীর কেবলমাত্র কতকগুলি পঠন পাঠন নির্ভুল বিষয়ের পারদর্শিতা যাচাই করে না। উপরন্তু তার শারীরিক ও চারিত্রিক বৈশিষ্ট্যের পরিমাপ ও পরিমার্জন করা হয়।

৪) মূল্যায়ন যেহেতু উন্নতি নির্ণায়ক প্রক্রিয়া সুতরাং শিক্ষার্থী প্রতিনিয়ত তার সাফল্য ও অসাফল্যের দিক গুলি সম্পর্কে জানতে পারে ফলে সংশোধনের অনেক সুযোগ থাকে এবং মানসিক চাপ সৃষ্টি হয় না।

৫) মূল্যায়ন প্রক্রিয়ায় যেহেতু পরীক্ষাগুলি সুনির্দিষ্ট শিখন সামর্থভিত্তিক হয় তাই শিক্ষার মূল লক্ষ্যে ও উদ্দেশ্য সহজে বাস্তবায়িত করা যায়।

৫.৪. গণিত শিক্ষায় মূল্যায়নের প্রয়োজনীয়তা ঃ

গণিত শিক্ষার উদ্দেশ্যের সঙ্গে শিক্ষার্থীর শিক্ষামূলক অভিজ্ঞতা ও মূল্যায়নের নিবিড় যোগাযোগ। উদ্দেশ্যের উপর নির্ভর করে অভিজ্ঞতাগুলিকে সাজানো হয়। উক্ত অভিজ্ঞতাগুলি শিশুর আচরণে কতটা পরিবর্তন সাধন করেছে এবং কতটা পারেনি এবং কিভাবে করা যাবে তা জানার জন্য মূল্যায়ন ব্যবস্থা। শিক্ষার্থীর শিখন শুধু পাঠ্যপুস্তকে সীমাবদ্ধ নয়। শ্রেণি, বিদ্যালয়, পরিবেশ, গৃহ ও সমাজ পরিবেশের সফল অভিজ্ঞতা গণিত শিখনের বিষয়বস্তু। ব্যবহারিক কাজে গণিত শিখনে তার শুধু বৌদ্ধিক জ্ঞান লাভ হয় না। সংঙ্গে সঙ্গে মূল্যবোধ ও দৃষ্টিভঙ্গি গড়ে ওঠে। এছাড়া যারা পিছিয়ে পড়ছে তাদের জন্য সংশোধনী পাঠে ব্যবস্থা দরকার। প্রচলিত পাঠ্যক্রমে আটকে না রেখে শিক্ষার্থীর পূর্ণ আধিপত্য সূচক শিখনের জন্য পর্যায়ক্রমিক পঠন দরকার ও মূল্যায়ন করা হয়।

এই পরিমাপ গতানুগতিক পরীক্ষা ব্যবস্থা করতে পারে না। কারণ গতানুগতিক পরীক্ষা অতীতের জ্ঞানের দক্ষতা পরিমাপ করতে পারে কিন্তু ব্যক্তিত্বের ক্রম পরিবর্তন, দৃষ্টিভঙ্গি, চিন্তনক্রিয়া, অভ্যাস, আগ্রহ, মানসিকতা পরিমাপ করতে পারে না। গণিত শিক্ষা সঠিকভাবে রুপায়িত হচ্ছে কিনা বা শিক্ষার উদ্দেশ্য বাস্তবায়িত হচ্ছে কিনা তা যাচাই করার জন্য দরকার মূল্যায়ণ। তাই লিখিত পরীক্ষা, মৌখিক পরীক্ষা, ব্যবহারিক কাজ প্রভৃতি কৌশল ব্যবহার করে নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়ন করা হয় বা নিরবচ্ছিন্ন পারদর্শিতা যাচাই করা হয়।

৫.৫. গণিত মূল্যায়নের বিভিন্ন কৌশল ঃ

সাধারণত প্রাথমিক স্তরে মূল্যায়নের কৌশলগুলি হল লিখিত পরীক্ষা, মৌখিক পরীক্ষা, ব্যবহারিক পরীক্ষা

৫.৫.১. লিখিত পরীক্ষা ঃ

এই পরীক্ষায় প্রশ্নগুলির উত্তর নির্দিষ্ট সময়ে খাতায় লিখতে হয়। সাধারণত পরীক্ষায় পূর্ণমানের ৯০% লিখিত পরীক্ষার জন্য ধার্য করা হয়। লিখিত পরীক্ষায় প্রশ্নগুলি অবশ্যই জ্ঞান, বোধ, প্রয়োগ ও দক্ষতামূলক হবে। প্রশ্নগুলি সঠিক সামর্থভিত্তিক হলে উত্তরপত্র যাচাই করবার জন্য মূল্যায়ন পদ্ধতি বা Answer key ঠিক করতে হবে। প্রশ্নগুলি সাধারণত তিন প্রকারের হবে-

ক) অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী

খ) সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী

গ) রচনাধর্মী

অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলী সাধারণত ১ মানের হয়, উত্তরও একটি বাক্যে হয়। সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নবলীর মান ২-৩ হয়। প্রশ্নগুলি জ্ঞান,বোধ ও দক্ষতামূলক হবে। রচনধর্মী প্রশ্নাবলীর মান ৩-৫ হয়। এই প্রশ্নগুলির মধ্য দিয়ে মূলত শিক্ষার্থীর জ্ঞান, বোধ ও প্রয়োগমূলক সামর্থ্য যাচাই করা হয়।

৫.৫.২. মৌখিক পরীক্ষা ঃ

এই ধরনের পরীক্ষায় শিক্ষার্থীদের শিক্ষক বা শিক্ষিকার সামনে উপস্থিত হয়ে তাৎক্ষনিক প্রশ্নের উত্তর দিতে হয়। পরীক্ষার পূর্ণমানের ১০% মৌখিক হিসাবে ধার্য করা হয়। প্রশ্নগুলি যাতে বোধ ও প্রয়োগধর্মী হয় সেদিকে বিশেষ দৃষ্টি দিতে হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় শ্রেণিতে মৌখিক পরীক্ষার সংখ্যা বেশি রাখতে হয়।

গণিতের মূল্যায়নের দিকগুলি হল—(ক) গাণিতিক ধারণা (খ) যুক্তি বিচারবোধ ও সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা এবং (গ) দ্রুততা ও নির্ভুলতা। এই দিকগুলি দেখার জন্য মৌখিক প্রশ্ন করা দরকার। যে প্রক্রিয়া শিশুরা শিখেছে তার ধারণা, তাদের আগ্রহ দৃষ্টিভঙ্গি, মতামত প্রভৃতি জানার জন্য মৌখিক প্রশ্ন করা দরকার। মৌখিক প্রশ্নগুলি শিক্ষক শিক্ষিকারা পূর্বেই চিন্তাভাবনা করে তৈরি করবেন। প্রত্যেকটি প্রশ্নের সঠিক মান ও সম্ভাব্য উত্তর ঠিক করবেন। প্রত্যেকটি প্রশ্নের সঠিক মান ও সম্ভাব্য উত্তর ঠিক করবেন। মৌখিক প্রশ্ন অবশ্যই অতিসংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী হবে। দুই একটা সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মীও হতে পারে। কোনো নির্দিষ্ট গাণিতিক সমস্যা সমাধানকালে কোনো প্রক্রিয়া বা কৌশল অবলম্বন করেছে এবং কেন করেছে তা মৌখিক প্রশ্নের মাধ্যমে জানা যায়।

বাস্তব পরিস্থিতির উপর প্রশ্ন করে তার উপস্থিত বুদ্ধি বা বাস্তবে গাণিতিক ধারণা কিভাবে প্রয়োগ করতে পারছে তা জানা সম্ভব।

মৌখিক পরীক্ষার গুরুত্ব ঃ

১) শিক্ষক শিক্ষার্থীর সুসম্পর্ক গড়ে ওঠে।

২) বাক্‌জড়তা কাটানো যায়।

৩) ১ম ও ২য় শ্রেণিতে ভালভাবে লিখতে না পারার জন্য মৌখিক পরীক্ষা অধিক কার্যকরী

৪) ভুল উত্তর দিলে তৎক্ষণাত সংশোধন করে দেওয়া যায়।

৫) তাৎক্ষনিক চিন্তাশক্তি বিকাশ ঘটানো যায়।

৬) অল্প সময়ে অনেক শিক্ষার্থীর মূল্যায়ণ করা যায়।

৫.৫.৩. ব্যবহারিক পরীক্ষা ঃ

প্রগতি পত্র হিসাবে ব্যবহারিক পরীক্ষা গণিতে নেই। তথাপি গণিতের অনুশীলনকে কার্যকরী করতে এবং গণিতের ব্যবহারিক উদ্দেশ্য বাস্তবায়িত করতে নানাধরনের কাজের মাঝে মূল্যায়ণ করা হয়।

১) সৃজনাত্মক ও উৎপাদনাত্মক কাজের ক্ষেত্রে গাণিতিক হিসাব প্রয়োগ করতে হয়। এর মাধ্যমে গাণিতিক বিমূর্ত প্রক্রিয়ার অনুশীলন হয় ও জ্যামিতিক ধারণার ব্যপ্তি ঘটে।

২) খেলার মধ্য দিয়ে বা কাজের মধ্য দিয়ে গণিতের অনুশীলন হলে গণিতের প্রতি শিশুদের স্বভাবজাত আগ্রহ বাড়ে এবং মূর্ত ধারণা গড়ে ওঠে। এক্ষেত্রে গুনগত মানে মূল্যায়ন করা যায়।

৩) গণিতের বিভিন্ন ধরনের গণিতের উপকরণ তৈরি করানো যায়। এগুলিও মূল্যায়ন পর্যায়ে কাজে লাগে।

৪) বিদ্যালয়ের বিভিন্ন অনুষ্ঠানে গাণিতিক হিসাব ও জ্যামিতিক চিত্রঅঙ্কন শিশুদের করানো হয়। এসব ক্ষেত্রেও মূল্যায়ন যথাযথভাবে প্রয়োগ করতে হবে।

ব্যবহারিক পরীক্ষার মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীদের যে দিকগুলি মূল্যায়ন করা যেতে পারে তা হল—

ক) কাজের মাধ্যমে গণিতের অনুশীলনে শিক্ষার্থীর আগ্রহ

খ) গণিত ব্যবহারের ক্ষমতা

গ) উপকরণ তৈরির নিপুনতা

ঘ) ব্যবহারিক কাজের মধ্যে গণিতের ধারণার প্রয়োগ ক্ষমতা

৫.৬. বিভিন্ন প্রকার নৈর্ব্যক্তিক উত্তরধর্মী প্রশ্নের নমুনা ঃ

১) সহজে মনে করা জাতীয় (Recall type)

ক) সামান্য ভগ্নাংশের কটি অংশ?

খ) হর ৫ লব ৪ হলে ভগ্নাংশটি প্রকৃত না অপ্রকৃত?

গ) অপ্রকৃত ভগ্নাংশের মান সর্বদা ১ থেকে বড় না ছোট?

২) সম্পূর্ণকরণ জাতীয় (Completion type)

ক) প্রকৃত ভগ্নাংশের লব অপেক্ষা হর ———————।

খ) $\frac{১}{২} = \frac{?}{৮০}$

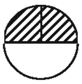
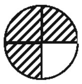
গ) কোনো ভগ্নাংশকে উহার ------------দ্বারা গুণ করলে গুণফল ১ হবে।

৩) বহুনির্বাচনধর্মী (M C Q)

সঠিক উত্তরটি নির্বাচন কর ঃ

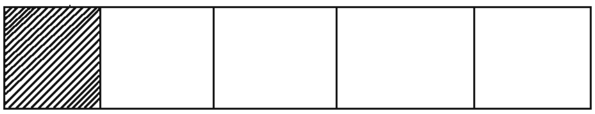
(i) (ক) $\frac{২}{৩} > \frac{৩}{৪}$ খ) $\frac{২}{৩} < \frac{৩}{৪}$ গ) $\frac{২}{৩} = \frac{৩}{৪}$ ঘ) কোনটিই নয়।

(ii) $\frac{২}{৩}$ অংশের সমান চিত্রটি হল ঃ

ক)  খ)  গ) ঘ) কোনটিই নয়।

৪) সত্য মিথ্যা জাতীয় (True or False type)

(ক) বিবৃতিটি সঠিক না মিথ্যা বল ঃ



চিহ্নিত অংশটি হল $\frac{১}{৫}$ এর সমান ভগ্নাংশ

(খ) প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরে একই সংখ্যা যোগ করলে উৎপন্ন ভগ্নাংশটি পূর্ব ভগ্নাংশ অপেক্ষা ছোট হবে।

৫) শ্রেণিকরণ জাতীয় (Clanification type)

(ক) যেটি সমশ্রেণিভুক্ত নয় সেটি বাছাই কর।

(i) $\frac{২}{৩}, \frac{৩}{৪}, \frac{৪}{৫}, \frac{৬}{৫}$

(ii) $\frac{৩}{২}, \frac{৪}{৩}, \frac{৫}{৪}, \frac{৫}{৬}$

৬) মিল করা (Matching type)

বাম ও ডান দিকের সাথে মিল করো ঃ

প্রকৃত ভগ্নাংশ $১\frac{২}{৩}$

মিশ্র ভগ্নাংশ $\frac{১}{১০}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ $\frac{৪}{৩}$

৫.৭. প্রাথমিক শিক্ষায় অবিরত মূল্যায়ন ধারা (CCE) ঃ

বর্তমান প্রচলিত শিক্ষাক্রমের একটি অন্যতম বৈশিষ্ট্য 'আটকে না রাখার নীতি' এটা অবশ্য শিক্ষার অধিকার আইন বলবৎ হওয়ায় সারা ভারতবর্ষে এই নীতি প্রচলিত হয়েছে। আটকে না রাখা নীতির সফল রূপায়নের জন্য অবিরত মূল্যায়ন ব্যবস্থা প্রবর্তিত হয়েছে। অবিরত মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ত্রুটি ও ঘাটতিগুলি চিহ্নিত করে দ্রুত সংশোধনের মধ্য দিয়ে সকলকে সার্বিক উন্নাত করতে হবে।

অবিরত মূল্যায়ন ধারার দুটি দিক আছে—একটি পারদর্শিতা মূলক মূল্যায়ন ও অন্যটি গঠনধর্মী মূল্যায়ন। পারদর্শিতা মূলক মূল্যায়ন মূলত শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা অর্থাৎ অর্জিত সামর্থ্যের পরিমাণ করে। প্রচলিত পরীক্ষা এক প্রকার পারদর্শিতামূলক মূল্যায়ন। গঠন ধর্মী মূল্যায়ন মূলত শিক্ষার্থীর ত্রুটি, দুর্বলতা ও ঘাটতি নির্ধারন প্রক্রিয়া। চিহ্নিত ঘাটতিগুলি সংশোধনী পাঠের মাধ্যমে দূর করে সার্বিক সাফল্য অর্জনে সাহায্য করে।

৫.৭.১. গঠনধর্মী মূল্যায়ন দুভাবে হয় ঃ

ক) প্রতিদিনকার শ্রেণি পাঠনের শেষে মৌখিকভাবে বা লিখিতভাবে অর্জিত সামর্থ্যের পরিমাপ করে পরবর্তী পাঠ পরিকল্পনার প্রস্তুতি নিতে হয়।

খ) একক মূল্যায়ন একটি অধ্যায় বা বড় অধ্যায়ের ক্ষেত্রে অংশবিশেষ যেমন গণিতের একটি প্রক্রিয়া শেষে ১০ নম্বরের একটি পরীক্ষা নিতে হয়। পরীক্ষার ফলাফল বিশ্লেষণ করে লিখিত ও মৌখিক পরীক্ষা নিতে হবে। ঠিক করে একক মূল্যায়নপত্র নির্মাণ করে, মূল্যায়ন করলে সকল শিক্ষার্থী এককটি সম্পর্কে সাফল্য অর্জন করবে এবং পরবর্তী ধাপে অগ্রসর হতে পারবে। গণিতের পিছিয়ে পড়ার কারণ অতি সহজেই দূর করা যাবে।

৫.৭.২. একক মূল্যায়নের পরিকল্পনা ঃ

শ্রেণি — তৃতীয়	পাঠএকক— গুণনীয়ক ও গুণিতক	নম্বর — ২০
বিষয় — গণিত		সময় — ৩০ মিনিট

উপএকক হিসাবে নম্বর বিভাজন		শিখন সামর্থ্য অনুসারে নম্বর বিভাজন				প্রশ্নের ধরণ অনুসারে বিভাজন			
উপএকক	নম্বর	জ্ঞান মূলক	বোধ মূলক	প্রয়োগ মূলক	দক্ষতা মূলক	নৈর্ব্যাক্তিক	অতি সংক্ষিপ্ত	সংক্ষিপ্ত ধর্মী	রচনা
ক) গুণনীয়কের ধারণা	৫	২	৩	০	০	২	৩	-	-
খ) গুণিতকের ধারণা	৬	২	২	২	০	১	৩	২	-
গ) গুণনীয়ক ও গুণিতক সম্পর্ক	৩	০	৩	০	০	-	১	২	-
ঘ) বাস্তব সমস্যা	৬	০	০	৬		-	-	২	৪
মোট	২০	৪	৮	৮	০	৩	৭	৬	৪
শতকরা ভাগ	১০০%	২০%	৪০%	৪০%	০%	১৫%	৩৫%	৩০%	২০%

৫.৭.৩. একক মূল্যায়ণ পত্র

শ্রেণি — তৃতীয়　　পাঠএকক— গুণনীয়ক ও গুণিতক　　নম্বর — ২০

বিষয় — গণিত　　সময় — ৩০ মিনিট

১। সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো ঃ

(i) মৌলিক সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়ক হল—
(ক) অসংখ্য (খ) একটি (গ) দুটি

(ii) যৌগিক সংখ্যার মৌলিক গুণিতক হল—
(ক) একটি (খ) অসংখ্য (গ) দুটি

(iii) যৌগিক সংখ্যার গুনণীয়কের সংখ্যা—
(ক) একাধিক (খ) দুয়ের বেশী (গ) দুটি

(iv) নিম্নের কোন দুটি সংখ্যা পরস্পর মৌলিক—
(ক) ৪,৫ (খ) ২,৬ (গ) ৭,১৪

(v) সকল সংখ্যার গুণনীয়ক হল—
(ক) একটি (খ) শূন্য (গ) কোনোটিই নয়

২। শূণ্যস্থান পূরণ করো ঃ

(ক) কোনো সংখ্যার গরিষ্ঠ গুণনীয়ক ও লঘিষ্ঠ গুণিতক পরস্পর ....।

(খ) কোনো সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা মাত্রই উহার .... দ্বারা বিভাজ্য।

(গ) মৌলিক সংখ্যার গুণনীয়ক থাকে ....।

৩। **এক কথায় উত্তর দাও ঃ**

(ক) গুণিতক কাকে বলে?

(খ) গুণনীয়ক ও গুণিতকের মধ্যে পার্থক্য কী?

(গ) ৪ জন শিশুর মধ্যে কিছু সংখ্যক আম সমানভাবে ভাগ করে দিতে চাও, ৫০ আপেক্ষা কম অথচ সর্বোচ্চ কয়েটি আম লাগবে।

৪। কিছু সংখ্যক লেবু ১৫ জনের মধ্যে সমানভাগে ভাগ করে দিলে ৭ টি উদ্বৃত্ত হয়। এই লেবুগুলি ৫ জনের মধ্যে সমানভাগে ভাগ করে দিলে কয়েটি উদ্বৃত্ত হবে? কমপক্ষে কয়েটি লেবু থাকতে হবে?

৫.৮. শিক্ষার্থীর দুর্বলতম স্থান নির্ণয়ে একক অভীক্ষাপত্রের স্থান ঃ

গঠনধর্মী মূল্যায়নে শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা পরিমাপ গৌণ, মুখ্য উদ্দেশ্য হল ত্রুটি ও ঘাটতি নির্ধারণ। এই মূল্যায়নের সবচেয়ে উৎকৃষ্ট উপাদান 'একক অভীক্ষাপত্র' একক অভীক্ষাপত্র মূলত এক প্রকারের নির্ণায়ক অভীক্ষা বা Diagnostic Test। এই অভীক্ষার মূল উদ্দেশ্য শিক্ষার্থীর দুর্বল ও ত্রুটির ক্ষেত্রগুলির চিহ্নিত করা এবং প্রকৃত কারণ অনুসন্ধান। শিক্ষার্থীদের শিক্ষামূলক সামর্থ অর্জনে সার্বিক সাফল্য আনতে হলে এই ধরনের অভীক্ষার বিশেষ প্রয়োজন হয়। সেকারণে একক অভীক্ষা খুবই জরুরী।

একক অভীক্ষাপত্রের বিষয় কম থাকে এবং কম সময়ে হয় বলে এটি তাৎক্ষনিক মূল্যায়নের প্রকৃষ্ট উপায়। গণিতের বিভিন্ন ধারণা ও প্রক্রিয়া গুলির মধ্যে নিবিড় সম্পর্কযুক্ত পরবর্তী প্রক্রিয়াগুলিতে সামর্থ্য অর্জনে বাধা আসে। ফলত শিক্ষার্থী ক্রমশ গণিত বিষয়ে পিছিয়ে পড়ে। কিন্তু অবিরত গঠনমূলক একক অভীক্ষার ধারা বজায় রেখে শিক্ষার্থীকে এগিয়ে যেতে সাহায্য করে।

একক অভীক্ষা পত্রের গঠন পরিকল্পনা ত্রিমাত্রিক। একটি হল প্রশ্নের ধরন অনুসারে নম্বর বিভাজন। এক্ষেত্রে অতি সংক্ষিপ্ত ও সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের সংখ্যা বা পরিমান অনেক বেশি থাকে তাই বিভিন্ন প্রকারের প্রশ্ন করা যায়। যার ফলে শিক্ষার্থীর ত্রুটি ও ঘাটতির দিকগুলি সঠিকভাবে ও সহজভাবে নির্ণয় করা যায়। দ্বিতীয় মান্য হল বিভিন্ন প্রকারের শিখন সামর্থ ভিত্তিক (জ্ঞান, বোধ, প্রায়োগ, দক্ষতা) প্রশ্ন করা হয় বলে সব ধরনের অর্জিত শিখন যাচাই করা যাই। এই ধরনের অভীক্ষাপত্রে বোধ ও প্রয়োগধর্মী প্রশ্নের প্রাধান্য বেশি থাকে বলে কেবলমাত্র পুঁথিগত দিকের বাইরেও অন্যান্য গুরুত্বপূর্ণ দিকগুলির বিচার বিশ্লেষণ করা যায়, যা প্রাথমিক শিক্ষার একটি বিশেষ ও তাৎপর্যপূর্ণ দিক। তাই গণিত বিষয়ের ঘাটতি বা ত্রুটি বা যান্ত্রিক নিয়ম শেখানো বা শেখার ফল তা সহজেই নির্ণয় করা যায়।

তৃতীয় মান্য হল ঃ প্রশ্নের বিষয়বস্তু। বিষয়বস্তু অনুযায়ী নম্বরের বন্টন হয়।

শুধুমাত্র দুর্বলতম স্থান নির্ণয়ই নয়, দুর্বলতার কারণ অনুসন্ধান করতে হয়। ভুল হওয়ার সম্ভাবনার দিকগুলি বিশেষভাবে বিবেচনা করে একক অভীক্ষাপত্রের নির্মাণ করা হয়। সেই দিক থেকে একক অভীক্ষাপত্র প্রয়োগ করে শিক্ষার্থীর দুর্বলতার কারণগুলি সুস্পপষ্ট ভাবে চিহ্নিত করা যায়।

৫.৮.১. গণিতে দুর্বলতা নির্ণয়ক অভীক্ষা ঃ

শিক্ষার্থীর শিখন বিষয়ে, দুর্বলতার দিকগুলি ও তার কারণ বিশেষভাবে নির্ণয় করার জন্য নির্মিত অভীক্ষাকে কারণ অনুসন্ধাণী

বা দুর্বলতা নির্ণায়ক অভীক্ষা বলে। নির্ণায়ক অভীক্ষা হল এক ধরণের পারদর্শিতার অভীক্ষা যার দ্বারা শিক্ষার্থীর ত্রুটি আছে কিনা, থাকলে কী ধরনের এবং ত্রুটিগুলি কোথায় তা চিহ্নিত করে।

সাধারণ পারদর্শিতার অভীক্ষা এবং নির্ণায়ক অভীক্ষা গঠনগত ক্ষেত্রে অনেকটা একই রকম হলেও উদ্দেশ্য পৃথক। সাধারণ পারদর্শিতার অভীক্ষার উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর অগ্রগতির পরিমাপ করা কিন্তু নির্ণায়ক অভীক্ষার মূল উদ্দেশ্য হল শিক্ষার্থীর দুর্বলতার দিকগুলি চিহ্নিত করা এবং দুর্বলতার কারণ নির্ণয় করা।

বর্তমান প্রচলিত প্রাথমিক শিক্ষাক্রমের একটি প্রধান বৈশিষ্ট্যই হল অবিরত মূল্যায়ণ ধারা, যার মধ্য দিয়ে সকল শিক্ষার্থীকে সার্বিক সাফল্যের দিকে নিয়ে যাওয়া যায়। এই ধারা বজায় রাখতে হলে দুর্বলতা নির্ণায়ক অভীক্ষার বিশেষ গুরুত্ব আছে। গণিতের প্রক্রিয়াগুলির মধ্যে পারস্পারিক যোগসূত্র আছে। কোনো একটি প্রক্রিয়ায় দূর্বলতা থাকলে সম্পর্কযুক্ত অন্য প্রক্রিয়াগুলিতেও শিক্ষার্থী দুর্বল হবে সার্বিকভাবে গণিতভীতি ও গণিতে পিছিয়ে পড়বে। গণিতের নির্ণায়ক অভিক্ষা তৈরি করতে হলে এই অভিক্ষার বৈশিষ্টগুলি বিশেষভাবে শিক্ষককে জানতে হবে যাতে নির্ণায়ক অভীক্ষার মূল উদ্দেশ্য পূরণ হয়।

৫.৮.২. গণিতের নির্ণায়ক অভীক্ষা তৈরির বৈশিষ্ট্য ঃ

(ক) বিষয়ের স্বল্প পরিসরে অভীক্ষাপত্র তৈরি হবে।

(খ) অভীক্ষার প্রশ্নসংখ্যা অনেক বেশী হবে।

(গ) অভীক্ষার প্রশ্নগুলি নৈব্যাক্তিক ও অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী হবে।

(ঘ) শিক্ষার্থীর ভুলের সম্ভাবনার ভিত্তিতে অভীক্ষার প্রশ্ন নির্বাচন করতে হবে।

(ঙ) অভীক্ষার প্রশ্নগুলি সকল শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক হবে।

(চ) গণিতে একটি নির্দিষ্ট গাণিতিক প্রক্রিয়া ও ধারণার ভিত্তিতে অভীক্ষাপত্র তৈরি যেন করা হয়।

(ছ) অভিক্ষার প্রশ্নগুলি অনেক বেশী বিশ্লেষাত্মক ও বাস্তবধর্মী হবে।

(জ) অভীক্ষার প্রয়োগে নির্দিষ্ট সময়ের বাইরেও অতিরিক্ত সময় প্রয়োজন অনুযায়ী দেওয়া যায়।

(ঝ) অভীক্ষার মধ্য দিয়ে শিক্ষার্থীর ভুলের স্বরূপ উদ্‌ঘাটিত হয়।

শিক্ষক শিক্ষিকারা উপরের বর্ণিত বৈশিষ্ট অনুযায়ী নমুনা অভীক্ষাপত্র বানাবেন।

৫.৯. সারসংক্ষেপ ঃ

- মূল্যায়ন কি? এর বৈশিষ্টগুলি কি কি?
- মূল্যায়নের প্রয়োজনীয়তা কি?
- গণিত মূল্যায়নের বিভিন্ন কৌশলগুলি কি কি?
- ব্যবহারিক পরীক্ষার প্রয়োজনীয়তা
- অবিরত মূল্যায়ন ধারার ধারণা।
- শিক্ষার্থীদের দূর্বলতম স্থান নির্ণয়ে অভীক্ষাপত্রের স্থান।

৫.১০. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন ঃ

ক) মূল্যায়নের বৈশিষ্টগুলি লিখুন।

খ) গণিত শিক্ষায় মূল্যায়নের প্রয়োজনীয়তা কি?

গ) গণিতে মূল্যায়ণের কৌশলগুলি কি কি?

ঘ) মৌখিক পরীক্ষার গুরুত্ব কি?

ঙ) অবিরত মূল্যায়ণের ধারা বলতে কী বোঝা যায় তা লিখুন।

চ) কি কি ধরণের প্রশ্ন শিক্ষার্থীদের করা যায়?

৫.১১. অনুশীলনী ঃ

ক) পারদর্শিতা ও মূল্যায়ণ কী তা বলুন। এই দুটির মধ্যে কী পার্থক্য আছে তা বুঝিয়ে বলুন।

খ) মূল্যায়ণের বৈশিষ্টগুলি কি তা লিখুন?

গ) গণিত মূল্যায়ণের কৌশলগুলি কী কী? বিভিন্ন কৌশলের গুরুত্ব আলোচনা করুন।

ঘ) কী কী বিভিন্ন ধরনের প্রশ্নাবলী মূল্যায়ণের জন্য প্রয়োজন? উদাহরণ সহযোগে তা লিখুন।

ঙ) বর্তমান শিক্ষা ব্যবস্থায় কী ধরনের মূল্যায়ণ অধিকতর গ্রহণযোগ্য?

চ) শিক্ষার্থীদের দুর্বলতম স্থান নির্ণয়ে অভীক্ষাপত্র কিভাবে কাজে আসে তা লিখুন।

ছ) প্রাথমিক স্তরের গণিত পাঠ্য পুস্তকের নতুন বৈশিষ্ট্যগুলি কী কী?

পাঠ একক ঃ ৬

সংখ্যা ও পাটীগণিতের বিভিন্ন প্রক্রিয়া

[Number and Arithmetical Operation]

৬ .১ভূমিকা ঃ

আজকের সমাজ বিজ্ঞান মূলত তথ্য ও প্রযুক্তি নির্ভর। গণিতের ভূমিকা অনস্বীকার্য। সেইজন্য পৃথিবীর প্রায় সকল দেশেই গণিতকে পাঠক্রমে অন্তর্ভুক্ত করেছে। আমাদের দেশেও বিদ্যলয় স্তরে গণিত অন্যতম পাঠ্য বিষয়। গণিত মূলত যুক্তি নির্ভর। তাই শুরু থেকেই বিষয়টিকে সম্পূর্ণভাবে শিশুকেন্দ্রিক তথা যথাযথ: বিজ্ঞানসম্মত, ধারাবাহিক ও মনোবিজ্ঞান সম্মত উপস্থাপনের মধ্য দিয়ে শিশু বা শিক্ষার্থীমুখী করে তোলা বাঞ্ছনীয়। কারণ আমরা জানি প্রতিটি স্বাভাবিক শিশুর গণিত শেখার সামর্থ আছে। পাটিগণিত হল সংখ্যা বিজ্ঞান। সুতরাং সংখ্যা ও পাটিগণিতের চার প্রক্রিয়া হল গণিতের স্তম্ভ।

৬ .২উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায় পাঠের পর আপনারা শিখবেন ঃ

ক) সংখ্যার ধারণা ও সংখ্যার স্থানীয় মানের ধারণা।

খ) পাটিগণিতের চারটি প্রক্রিয়া যথা যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের ধারণা।

গ) সংখ্যার শ্রেণি বিভাগ ও বিভিন্ন ধরনের সংখ্যার তুলনা.

ঘ) বিভাজ্যতার নিয়ম।

৬ .৩ সংখ্যার ধারণা ও সংখ্যার স্থানীয় মান ঃ

গণিতে অঙ্ক দশটি যথা :- ১, ২, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ এবং ০। এগুলি নিয়েই সংখ্যা গঠন করা হয়। ১ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যার ধারণা দেওয়ার পর (০) শূন্যের ধারণা দেওয়া হয়। শূন্যের ধারণা দেওয়ার ক্ষেত্রে নিম্নরূপভাবে উপস্থাপন করা যায় ঃ-

সাধারণ ভাষায় যে অবস্থা বোঝাতে ''একটিও নেই'' কথাটি ব্যবহার করা হয়, গণিতে সেই অবস্থা বোঝাতে ''শূন্য'' সংখ্যাটি ব্যবহার করা হয়। যেমন একটি টেবিলের উপর একটি বই আছে। আবার টেবিলের উপর কোনো বই নেই।

সংখ্যার স্থানীয়মান-১ থেকে ৯ পর্যন্ত সংখ্যাগুলি এক অঙ্কের সংখ্যা। ১-৯ পর্যন্ত ও শূন্যের ধারণার পর পরবর্তী পর্যায়ে যেতে হবে। যতক্ষণ না এগুলি সঠিকভাবে লিখতে, পড়তে, চিনতে এবং গুনতে পারছে ততক্ষণ পর্যন্ত পরবর্তী পর্যায়ে যাওয়া যাবে না।

এক অঙ্কের সংখ্যা শেখার পর দুই বা ততোধিক অঙ্কের সংখ্যা শেখাতে হবে এবং পূর্বের দশটি অঙ্ক দিয়েই তাই অঙ্কের অবস্থান সম্পর্কে বিশেষভাবে জানতে হবে এবং কিভাবে একই অঙ্ক ভিন্নস্থানে বসে সংখ্যার মান পাল্টে যাচ্ছে তা জানবে।

দশ সংখ্যা লিখতে গিয়েই প্রথমস্থান সম্পর্কে অবহিত হবে। পুনরায় ৯ থেকে গণনা শুরু হবে। ৯ টি কাঠির সাথে আরও একটি দিলে হয় দশ। 'এখন দশ' কিভাবে লিখবে। দশের জন্যও পূর্বের ন্যায় একটি পৃথক অঙ্ক ব্যবহার করা যেত। কিন্তু জটিলতা কমানোর জন্য একটি স্তরে নতুন অঙ্ক ব্যবহার করা হবে না। শিক্ষার্থীদের এই ধারণাটা দেওয়ার সময় হাতের দশটি অঙ্গুলের তুলনা করা যেতে পারে।

দশটি কাঠি হয়ে গেলে একটি সরু সুতো দিয়ে বেঁধে একটি করে বান্ডিল বানাতে হবে। এই রকম দশটি বান্ডিল মিলে শিক্ষার্থীদের শতকের ধারণা দেওয়া যাবে। উদাহরণ স্বরূপ ১২১ বলতে ১২ বান্ডিল ১টি কাঠি বোঝায় এরপর পাটিগণিতের চারটি প্রক্রিয়া ধারণা দিতে হবে।

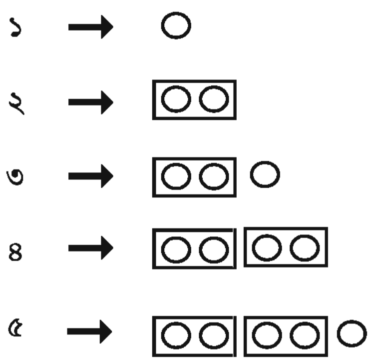
৬ .৪সংখ্যার শ্রেণিবিভাগ ঃ

জোড় সংখ্যা যে সংখ্যাগুলি ২ দ্বারা বিভাজ্য যথা ২, ৪, ৬, ৮ ইত্যাদি। বিজোড় সংখ্যা যে সংখ্যাগুলি ২ দ্বারা বিভাজ্য নয় যথা ১, ৩, ৫, ইত্যাদি নিম্নের কর্ম পত্রের দ্বারা খুব সহজেই জোড় ও বিজোড়ে ধারণা দেওয়া যেতে পারে।

১.৪.১. কাজের নাম ঃ

জোড় বিজোড়ের ধারণা

উপকরণ ঃ টিপের পাতা



এই ভাবে অগ্রসর হলে দেখা যাচ্ছে যে সংখ্যাগুলির ক্ষেত্রের টিপের পাতার জোট করা যায়নি সেগুলি হল বিজোড় আর যেগুলি করা গেছে সেগুলি জোড়। এ প্রসঙ্গে তৃতীয় শ্রেণির নতুন গণিতের পাঠ্যপুস্তক দেখুন।

৬.৪.২. মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা ঃ

মৌলিক সংখ্যা : যে স্বাভাবিক সংখ্যা কেবলমাত্র ১ এবং ঐ সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য অপর কোনো সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। অর্থাৎ মৌলিক সংখ্যার উৎপাদক সংখ্যা ১ ও সেই সংখ্যা।

যৌগিক সংখ্যা : যে স্বাভাবিক সংখ্যা ১ এবং ঐ সংখ্যা ছাড়াও অপর এক বা একাধিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য তাকে যৌগিক সংখ্যা বলে। অর্থাৎ যৌগিক সংখ্যার উৎপাদক সংখ্যা দুই এর বেশি।

শিক্ষক মহাশয়রা মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যার ধারণা দানেও কর্মকেন্দ্রিক পদ্ধতি ব্যবহার করবেন।

৬.৫. বিভাজ্যতার নিয়ম ঃ

১) ১ দিয়ে সব সংখ্যায় বিভাজ্য।

২) ২ দ্বারা বিভাজ্য : একক স্থানীয় একক ০ বা যুগ্ম হলে সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য।

৩) ৩ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির অঙ্ক সমষ্টি ৩ ধারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৩ দ্বারা বিভাজ্য।

৪) ৪ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির শেষ অঙ্ক দ্বয় শূন্য হলে বা শেষ অঙ্ক দ্বয় দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

৫) ৫ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক ০ অথবা ৫ হলে সংখ্যাটি ৫ দ্বারা বিভাজ্য

৬) ৬ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটি পৃথকভাবে ২ ও ৩ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৬ দ্বারা বিভাজ্য।

৭) ৭ দ্বারা বিভাজ্য : ৭ দ্বারা ভাগ করে বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি৭ দ্বারা বিভাজ্য। অথবা প্রদত্ত সংখ্যাটির শেষ অঙ্কটিকে দ্বিগুণ করে বাকী অঙ্কগুলি দ্বারা গঠিত সংখ্যা থেকে বিয়োগ করতে হবে। এই পদ্ধতি করতে করতে যদি শেষ সংখ্যাটি ৭ দ্বারা বিভাজ্য হয় তাহলে প্রদত্ত সংখ্যাটি বিভাজ্য হবে।

৮) ৮ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির শেষ তিনটি অঙ্ক ০ হলে বা শেষ তিনটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যা ৮ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৬ দ্বারা বিভাজ্য।

৯) ৯ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির অঙ্ক সমষ্টি ৯ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ৯ দ্বারা বিভ্যাজ্য।

১০) ১০ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক শূন্য হলে সংখ্যাটি ১০ দ্বারা বিভাজ্য।

১১) ১১ দ্বারা বিভাজ্য : সংখ্যাটির যুগ্মস্থানের অঙ্ক সমষ্টি ও অযুগ্ম স্থানের অঙ্ক সমষ্টির অন্তরফল শূন্য বা ১১ দ্বারা বিভাজ্য হলে সংখ্যাটি ১১ দ্বারা বিভাজ্য।

৬.৬. গুণনীয়ক ও গুণিতকের ধারণা ঃ

গুণনীয়ক ও গুণিতকের ধারণা দেওয়ার পূর্বে শিশুদের একটি সমস্যার কথা বলা যেতে পারে। দুই ভাই দিল্লী থেকে রাজধানী ধরে আসবে একজনের কাছে ট্রেনের টিকিট ও অপর জনের কাছে খাবার। দুই জন এমন সময় স্টেশনে পৌঁছেছে যে একজন কোলকাতা রাজধানীতে উঠেছেন অপরজন হাওড়ার রাজধানীতে। প্রথম ট্রেনটি তিনটি স্টেশন পরপর থামে দ্বিতীয় ট্রেনটি ৪টি স্টেশন পরপর থামে অর্থাৎ শিশুদের জিজ্ঞাসা করতে হবে কোথায় ঐ দুই ভায়ে মিলিত হবে।

গুণনীয়ক : কোনো সংখ্যা যে যে সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য সেগুলিকে প্রথম সংখ্যাটির গুণনীয়ক বলে। যেমন-১২ এর গুণনীয়ক গুলি হল ১, ২, ৩, ৪, ৬, ১২...মনে রাখবে কোনো সংখ্যার গুণনীয়কের সংখ্যা সসীম।

গুণিতক : কোনো সংখ্যা দিয়ে যে যে সংখ্যা বিভাজ্য সেগুলিকে প্রথম সংখ্যাটির গুণিকত বলে। যেমন- ৪-এর গুণিকতক হল ৪,৮,১২,১৬ ...মনে রাখবে কোনো সংখ্যার গুণিতকের সংখ্যা অসীম।

৬.৬.১ গুণনীয়কের সাহায্যে মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যার ধারণা ঃ

মৌলিক সংখ্যার গুণনীয়ক কেবলমাত্র দুটি তা হল ১ এবং সেই সংখ্যাটি কিন্তু যৌগিক সংখ্যার গুণনীয়কের সংক্যা দুই এ বেশি। মনে রাখবেন ১ সংখ্যাটি মৌলিক যৌগিক কোনোটিই নয়।

পরস্পর মৌলিক সংখ্যা দুটি ঃ

দুটি সংখ্যার সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক না থাকলে সংখ্যা দুটি পরপর মৌলিক । যেমন- ২, ৩। যৌগিক সংখ্যাও পরপর মৌলিক হতে পারে। যেমন (৭, ৮), (৫, ৯), ইত্যাদি আবার একটি মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যা পরধার মৌলিক নয়, যথা (৩, ৬), (৬, ১৫) ইত্যাদি। লক্ষ্য করুন এক্ষেত্রে যৌগিক সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যাটির গুণিতক।

আবার দুটি যৌগিক সংখ্যাও পরধার মৌলিক হতে পারে, যথা (৮, ৯), (২৪, ২৫)

মনে রাখাতে হবে ঃ (a) দুটি ক্রমিক সংখ্যা সর্বদাই মৌলিক।

(b) কোনো সংখ্যার গুণিতকগুলি উহার গুণনীয়ক গুলি দ্বারা বিভাজ্য।

৬.৬.২. গুণনীয়ক ও গুণিতকের পার্থক্য ঃ

ক) কোনো সংখ্যার গুণনীয়ক হল সেই সংখ্যাগুলি যেগুলি দ্বারা সংখ্যাটি বিভাজ্য, আর গুণিতক হল সংখ্যাটি দিয়ে বিভাজ্য সংখ্যাগুলি।

খ) গুণনীয়কের সংখ্যা নির্দিষ্ট আর গুণিতকের সংখ্যা অসংখ্য।

গ) গুণনীয়কগুলি সংখ্যা থেকে ছোট অথবা সমান, কিন্তু গুণিতকগুলি সংখ্যা থেকে বড় অথবা সমান।

ঘ) সকল সংখ্যার গুণনীয়ক ১ হবেই কিন্তু গুণিতক ১ হয় না কেবলমাত্র ১ এর একটি গুণিতক।

৬.৬.৩. দুটি মৌলিক সংখ্যা পরস্পর মৌলিক, কিন্তু এর বিপরীত বিবৃতি সর্বদা সত্য নয় ঃ—

মৌলিক সংখ্যার ওই সংখ্যা ছাড়া কোনো মৌলিক গুননীয়ক থাকে না। আবার পরস্পর মৌলিক সংখ্যা জোড়ের সাধারণ মৌলিক গুননীয়ক থাকে না। তাই দুটি মৌলিক সংখ্যা সর্বদাই পরস্পর মৌলিক। যেমন (৫,৭); (৩,৭) ইত্যাদি।

এই বিপরীত বিবৃতিটি হল দুটি পরস্পর মৌলিক সংখ্যা পৃথকভাবে মৌলিক হবে ইহা সর্বদা সত্য নয়। যেমন-(ক) দুটি যৌগিক সংখ্যা যাদের সাধারণ মৌলিক গুননীয়ক নেই তারাও পরস্পর মৌলিক। যেমন (৮,৯); (১৫,১৪) ইত্যাদি।

(খ) একটি যৌগিক ও একটি মৌলিক সংখ্যা যাদের সাধারণ মৌলিক গনুনীয়ক নেই। তারাও পরস্পর মৌলিক। যেমন (৭,৮) ; (৫,৯) ইত্যাদি। সুতরাং প্রদত্ত বিবৃতির বিপরীত বিবৃতি সর্বদা সত্য নয়।

৬.৭. গ.সা.গু

দুই বা ততোধিক সংখ্যার একই গুননীয়কগুলিকে সংখ্যাগুলির সাধারণ গুননীয়ক বলে। এই সাধারণ গুননীয়ক গুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়টিকে ওই সংখ্যাগুলির গরিষ্ট সাধারণ গুননীয়ক বা গ.সা.গু বলে।

৬.৭.১. কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ (ক) গ.সা.গু-এর সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

(খ) গ.সা.গু-এর সম্পূর্ণ নাম স্মরণ করতে পারবে।

(গ) গ.সা.গু নির্ণয় প্রক্রিয়াগুলি স্মরণ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ (ক) গ.সা.গু-এর সঙ্গে সংখ্যাগুলির সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।

(খ) ভাষা মূলক অংকে গ.সা.গু প্রক্রিয়া সনাক্ত করতে পারবে।

(গ) গ.সা.গু নির্ণয় প্রক্রিয়াগুলির মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক ঃ (ক) সমস্যামূলক অংক বিশ্লেষণের মাধ্যমে গ.সা.গু প্রক্রিয়ায় নির্ণয় করতে পারবে।

(খ) গ.সা.গু-র সমস্যা তৈরি করতে পারবে।

৬.৮. গ.সা.গু নির্ণয়ের প্রক্রিয়া ঃ

(১) গুণনীয়কের সাহায্যে ঃ

যেমন ৬ এর গুণনীয়ক গুলি হল ১,২,৩,৬;৯ এর গুণনীয়কগুলি হল ১,৩,৯, সুতরাং সাধারণ গুণনীয়ক ১,৩।

∴ গরিষ্ঠ সাধারণ গুননীয়ক —৩

(২) মৌলিক গুনীয়ক বা উৎপাদকের সাহায্যে ঃ

সংখ্যাগুলিকে মৌলিক গুণনীয়কে বিশ্লেষণ করে তাদের সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলির গুনফল হল গ.সা.গু।

১২ = ২ × ২ × ৩ ; ১৮ = ২ × ৩ × ৩

সাধারণ মৌলিক উৎপাদক ২, ৩

∴ গ.সা.গু = ২ × ৩ = ৬

(৩) সহজ প্রণালী ঃ

যে মৌলিক উৎপাদক দিয়ে প্রতিটি সংখ্যা বিভাজ্য সেগুলিকে ভাজক ধরে ক্রমান্বয়ে ভাগ করতে হবে। আবশেষে মৌলিক ভাজক গুলির গুনফল হবে গ.সা.গু।

```
২ | ১২, ১৮
  -----------
   ৩ | ৬, ৯
     ---------
       ২, ৩
```

∴ গ.সা.গু = ২ × ৩ = ৬

(৪) ভাগ প্রক্রিয়া ঃ

বড় বড় সংখ্যার গ.সা.গু সংক্ষেপে নির্ণয় করা যায় এই পদ্ধতিতে। পদ্ধতিটিকে ভাগ প্রক্রিয়া বলা হয়। এই প্রক্রিয়ায় প্রথম ছোট দুটি সংখ্যার ছোটটিকে ভাজক এবং বড়টিকে ভাজ্য ধরে ভাগ করতে হবে। এরপর ভাগশেষ টিকে ভাজক ধরে এবং পূর্বের ভাজকটিকে ভাজ্য ধরে ভাগ করতে হয়। এইভাবে অগ্রসর হতে হবে যতক্ষণ না ভাগশেষ শূন্য হয়। শূন্য হলে শেষের ভাজকটিকে ভাজক ধরে পরের সংখ্যাটিকে ভাগ করতে হবে। পূর্বের ন্যায় অগ্রসর হতে হবে যতক্ষণ না ভাগশেষ শূন্য হয়। শেষ ভাজকটি হবে সংখ্যা তিনটির গ.সা.গু। দুটি সংখ্যার ক্ষেত্রে যেখানে ভাগশেষ শূন্য হয়েছে তার শেষ ভাজকটি হবে গ.সা.গু। তিনের অধিক সংখ্যার ক্ষেত্রেও পরস্পর অগ্রসর হলে গ.সা.গু পাওয়া যাবে। যেমন ৮ এবং ২০ এর গ.সা.গু।

```
৮ | ২০ | ২
  | ১৬ |
  --------
     ৪ | ৮ | ২
       | ৮ |
       -----
         ০
```

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু = ৪

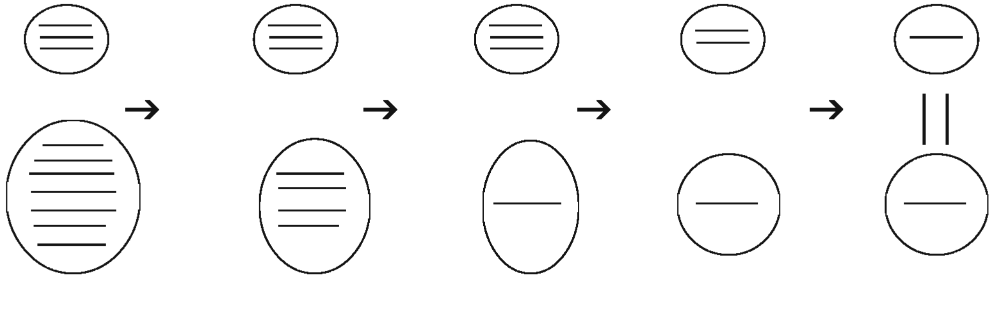
(৫) কাজের মাধ্যমে গ.সা.গু-র ধারণা ঃ

আমরা বিভিন্ন কাজের বা খেলার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের গ.সা.গু—এর ধারণা দিতে পারি—উদাহরণস্বরূপ

(১) ৭ ও ৩-এর গ.সা.গু নির্ণয় (ভাগ পদ্ধতিতে) প্রয়োজনীয় উপকরণ ৭টি ও ৩টি কাঠি।

খেলার নিয়ম : দুই জন মিলে খেলবে। প্রথমে যার কাছে বেশী কাঠি থাকবে তার থেকে কম সংখ্যক কাঠি যার কাছে আছে তার সমপরিমাণ কাঠি সরাতে হবে। সবশেষে যখন দুই জনের কাঠির পরিমাণ সমান হয়ে যাবে। ততই হবে সংখ্যা দুটির গ.সা.গু।

নিম্নের চিত্র থেকে স্পষ্ট হবে



(২) ৫ ও ২৫-এর গ.সা.গু নির্ণয় (ভাগপদ্ধতিতে) প্রয়োজনীয় উপকরণ : বড় কাঠি, স্কেল,

কাজের বিবরণ : ১৫ ও ২৫ এককে দুটি কাঠি নিয়ে ২৫ এককের কাঠির উপর ১৫ একক বসিয়ে অবশিষ্ট অংশ ভেঙ্গে নিতে হবে, অর্থাৎ পাওয়া যাবে ১০ একক। আবার ১৫ এককের কাঠির উপর ১০ একক দৈর্ঘ্যের কাঠি বসিয়ে অবশিষ্ট অংশ ভেঙ্গে নিতে হবে। ফলে পাওয়া যাবে ৫ একক। এই ৫ একক দৈর্ঘ্যের কাঠি যদি ১০ এককের কাঠির উপর বসিয়ে মিলে যায় তাহলে ৫ হল ১৫ ও ২৫ এর গ.সা.গু। নিম্নে চিত্র দেখলে তা স্পষ্ট হবে।

(১) ———————————————————— ২৫ একক

————————————- ১৫ একক

(২) ———————————————১৫ একক

————————১০ একক

(৩) —————————-১০ একক

———-৫ একক

(৪) —————

৫ ৫

অর্থাৎ ১৫ ও ২৫ এর গ.সা.গু. হল ৫।

বি.দ্র: আমরা মনে রাখবো দুটি মৌলিক সংখ্যার গ.সা.গু সর্বদাই ১।

৬.৯. কিছু সমাধান যুক্ত ভাষাগত সমস্যা ঃ

(১) কোন বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে ৫৬৪ ও ৬৩০ কে ভাগ করলে প্রতি ক্ষেত্রে ৩ ভাগ শেষ থাকবে।

৫৬৪ - ৩ = ৫৬১ ৬৩০ - ৩ = ৬২৭

৫৬১ | ৬২৭ | ১
৫৬১
৬৬ | ৫৬১ | ৮
৫২৮
৩৩ | ৬৬ | ২
৬ ৬

∴ নির্ণেয় বৃহত্তম সংখ্যা হবে ৫৬১, ৬২৭ এর গ.সা.গু = ৩৩

(২) দুটি সংখ্যার যোগফল ৮৪ এবং সংখ্যাদুটির গ.সা.গু ৭ ; সংখ্যাদুটি কি কি হতে পারে?

সমাধান : $\frac{\text{প্রথম সংখ্যা}}{৭} + \frac{\text{দ্বিতীয় সংখ্যা}}{৭} = \frac{\text{প্রথম + দ্বিতীয় সংখ্যা}}{৭} = \frac{৮৪}{৭} = ১২$

এখন ১২ = ১ + ১১ —ইহারা পরস্পর মৌলিক

= ২ + ১০ — " " " নয়

= ৩ + ৯ — " " " নয়

= ৪ + ৮ — " " " নয়

= ৫ + ৭ — ইহার পরস্পর মৌলিক

= ৬ + ৬ — " " " নয়

প্রথম জোড়া ১ × ৭, ১১ × ৭, দ্বিতীয় জোড়া ৫ × ৭, ৭ × ৭

∴ সংখ্যা দুটি ৭,৭৭ অথবা ৩৫,৪৯।

৬.১০. ল.সা.গু :

দুই বা ততোধিক সংখ্যার একই গুণিতকগুলিকে সংখ্যাগুলির সাধারণ গুণিতক বলে। এই সাধারণ গুণিতকগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটটিকে ওই সংখ্যাগুলির লঘিষ্ট সাধারণ গুণিতক বা সংক্ষেপে ল.সা.গু বলে।

৬.১০.১. কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ

জ্ঞান মূলক ঃ (১) ল.সা.গু-র সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

(২) ল.সা.গু-র পুরো অর্থ স্মরণ করতে পারবে।

(৩) ল.সা.গু-র নির্ণয় প্রক্রিয়াগুলি স্মরণ করতে পারবে।

বোধ মূলক ঃ (১) ল.সা.গু-র সঙ্গে সংখ্যাগুলির সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।

(২) ভাষামূলক অংঙ্ক ল.সা.গু প্রক্রিয়ার সনাক্ত করতে পারবে।

(৩) ল.সা.গু-র প্রক্রিয়াগুলির মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

প্রয়োগ মূলক ঃ (১) ভাষামূলক অংঙ্ক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এই প্রক্রিয়ায় সমাধান করতে পারবে।

(২) ল.সা.গু-র সমস্যা তৈরি করতে পারবে।

প্রয়োগ মূলক ঃ (১) ভাষামূলক অংঙ্ক বিশ্লেষণের মাধ্যমে এই প্রক্রিয়ায় সমাধান করতে পারবে।

(২) ল.সা.গু-র সমস্যা তৈরি করতে পারবে।

৬.১০.২. ল.সা.গু নির্ণয় প্রক্রিয়া ঃ

(১) সাধারণ গুণিতকের সাহায্যে : ৪ এর গুণিতকগুলি হল—৪,৮,১২,১৬,২০,২৪,............... এবং ৬-এর গুণিতকগুলি

হল ৬,১২,১৮,২৪,..........

দেখা যাচ্ছে ১২,২৪ ইত্যাদি হল সাধারণ গুণিতক তাঁর মধ্যে ১২ হল লঘিষ্ঠ। ∴ ল.সা.গু = ১২

(২) মৌলিক গুননীয়কের সাহায্যে সংখ্যাগুলিকে মৌলিক গুননীয়কে বিশ্লেষণ করে প্রতিটি মৌলিক গুননীয়ক যেটিতে সবচেয়ে বেশি বার আছে যেগুলি নিয়ে তাদের গুনফল হবে ল.সা.গু।

১৬ = ২ × ২ × ২ ×২

২৪ = ২ × ২ × ২ × ৩

∴ লসাগু = ২ × ২ × ২ × ২ × ৩ = ৪৮

(৩) সহজ পদ্ধতি : মৌলিক সংখ্যা দিয়ে সংখ্যাগুলিকে ভাগ করে (অবশ্যই কমপক্ষে ২টি সংখ্যা বিভাজ্য হয় এমন নিতে হবে) ক্রমান্বয়ে অগ্রসর হতে হবে। সবশেষে ভাজক ও শেষ ভাগফলগুলির গুনফল হবে ল.সা.গু।

যেমন—
২ | ১২, ২৪, ৪৮
২ | ৬, ১২, ২৪
৩, ৬, ১২

(৪) কাজের মাধ্যমে ল.সা.গু-র ধারণা ঃ

আমরা কাজের মাধ্যমে ল.সা.গু-র ধারণা দিতে পারি যেমন ২,৩,৬-এর ল.সা.গু নির্ণয় করব। নিম্নরূপ একটি বেস বোর্ড নিতে হবে।

১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
১১	১২	১২	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
২১	২২	২৩	২৪	২৫	২৬	২৭	২৮	২৯	৩০
৩১	৩২	৩৩	৩৪	৩৫	৩৬	৩৭	৩৮	৩৯	৪০
৪১	৪২	৪৩	৪৪	৪৫	৪৬	৪৭	৪৮	৪৯	৫০
৫১	৫২	৫৩	৫৪	৫৫	৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০
৬১	৬২	৬৩	৬৪	৬৫	৬৬	৬৭	৬৮	৬৯	৭০
৭১	৭২	৭৩	৭৪	৭৫	৭৬	৭৭	৭৮	৭৯	৮০
৮১	৮২	৮৩	৮৪	৮৫	৮৬	৮৭	৮৮	৮৯	৯০
৯১	৯২	৯৩	৯৪	৯৫	৯৬	৯৭	৯৮	৯৯	১০০

প্রয়োজনীয় উপকরণ ঃ ভিন্ন রং এর স্কেচ্ পেন।

প্রথমে ২-এর গুণিতক গুলিকে লাল রং এর স্কেচ্ পেন দিয়ে গোল করতে হবে। তারপর ৩ এর গুণিতক গুলিকে সবুজ রং এর স্কেচ্ পেন দিয়ে গোল করতে হবে। শেষে ৬ এর গুণিতক গুলিকে নীল রং এর স্কেচ্ পেন দিয়ে গোল করতে হবে। যে

যে গুণিতকগুলিতে সবকটি রংই পড়বে সে গুলো আলাদা করে লিখতে হবে। এই গুলিই হবে সাধারণ গুণিতক। তাদের মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি হল নির্ণেয় ল.সা.গু।

৬.১১ সমাধান যুক্ত সমস্যা ঃ

১। ক্ষুদ্রতম কোন্ সংখ্যা ১২,১৫,২০ দ্বারা বিভাজ্য?

উত্তর— ১২,১৫,২০-এর ল.সা.গু = ৬০ হল নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা।

২। চার অঙ্কের কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা ১৬,২৪,৩২ দ্বারা বিভাজ্য?

উত্তর— ১৬,২৪,৩২-এর ল.সা.গু = ৯৬ হল ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যা ১৬,২৪ ও ৩২ দ্বারা বিভাজ্য।

যেহেতু সংখ্যাটি চার অঙ্কের ৯৬) ১০০০(১০
৯৬
———
৪০

∴ নির্ণেয় সংখ্যা ১০০০ + (৯৬ - ৪০) = ১০৫৬

৩। কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা থেকে ৩ বিয়োগ করলে বিয়োগফল ১৮,২০,২৮ দ্বারা বিভাজ্য?

উত্তর— ১৮,২০,২৪-এর ল.সা.গু = ৩৬০ হল ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যা সবকটি প্রদত্ত সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য।

∴ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = ৩৬০ + ৩ = ৩৬৩

৪। ৩৪০-এর সঙ্গে কোন্ ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল ১০,১৫,২০ দ্বারা বিভাজ্য?

উত্তর—১০,১৫,২০ দ্বারা বিভাজ্য নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম সংখ্যা = উহাদের ল.সা.গু ৩৬০।

∴ (৩৬০ - ৩৪০) = ২০ যোগ করতে হবে।

বি.দ্র. : আরও সমস্যার সমাধানের জন্য পর্যদের বই দেখুন।

৬.১২. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

১. গুণনীয়ক ও গুণীতকের পার্থক্য কী?
২. ২০,৩৫ ও ৪৫ এর ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয় করুণ
৩. কাজের মাধ্যমে ল.সা.গু ও গ.সা.গু ধারণা কীভাবে দেবেন তা বর্ণনা করুণ

পাঠএকক - ৭

ভগ্নাংশ [Fraction]

৭.১. ভূমিকা ভগ্নাংশ ঃ

কিছু পরিমাণ জিনিসকে সমগ্র ধরে তার কিছুটা নিলে তাকে সমগ্রটির ভগ্নাংশ বলে। ভগ্নাংস দুই প্রকার সামান্য ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশ। দশমিক ভগ্নাংশ সামান্য ভগ্নাংশেরই বিশেষ রূপ যার হর ১০ বা ১০-এর গুণিতক। দশমিক ভগ্নাংশ এককের অঙ্কের পর দশমিক বিন্দু দিয়ে পরপর লিখতে হয়। দশমিক বিন্দুর ডানদিকে পরপর স্থানগুলি হল দশাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ ইত্যাদি। সামান্য ভগ্নাংশের উপরের সংখ্যাটিকে বলে লব এবং নিচের সংখ্যাটিকে বলে হর অর্থাৎ ভগ্নাংশ $= \frac{\text{লব}}{\text{হর}}$

৭.২ উদ্দেশ্য

এই অধ্যায় পাঠের পর আপনারা শিখবেন

(১) ভগ্নাংশ বলতে কী বোঝায়

(২) সামান্য ভগ্নাংশের প্রকারভেদ

(৩) কাজের মাধ্যমে ভগ্নাংশের ধারণা দান

(৪) ভগ্নাংশের বিভিন্ন গাণিতিক নিয়ম

(৫) ভগ্নাংশের অনোন্যক

(৬) দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা ও প্রকার ভেদ

৭.৩. সামান্য ভগ্নাংশের বিভিন্ন প্রকার ঃ

(ক) প্রকৃত ভগ্নাংশ যার লব হর অপেক্ষা ছোট এবং ভগ্নাংশটির মান এক অপেক্ষা কম যেমন

$\frac{১}{২}, \frac{২}{৩}, \frac{৩}{৪}, \frac{৪}{৫}$, ইত্যাদি।

(খ) অপ্রকৃত ভগ্নাংশ যার লব হর অপেক্ষা বড় এবং ভগ্নাংশটির মান এক অপেক্ষা বড় যেমন

$\frac{২}{১}, \frac{৩}{২}, \frac{৫}{৪}$, ইত্যাদি।

(গ) মিশ্র ভগ্নাংশ একটি অংশ পূর্ণসংখ্যা ও অপরটি প্রকৃত ভগ্নাংশ অর্থাৎ $১\frac{২}{৩}, ২\frac{৩}{৪}$ ইত্যাদি

(ঘ) জটিল ভগ্নাংশ : যে ভগ্নাংশের লব ও হরের যে কোন একটি বা উভয়েরই পূর্ণসংখ্যার পরিবর্তে ভগ্নাংশ।

যেমন— $\dfrac{\frac{১}{২}}{\frac{২}{৩}}$

৭.৪. কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ

৭.৪.১. জ্ঞানমূলক ঃ ১) ভগ্নাংশের গঠন প্রকৃতি স্মরণ করতে পারবে।

২) সামান্য ভগ্নাংশের প্রকারভেদ চিনতে পারবে।

৩) ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুন ও ভাগ প্রক্রিয়া স্মরণ করতে পারবে।

৪) ভগ্নাংশের ছোট বড় নির্ণেয় গাণিতিক প্রক্রিয়া স্মরণ করতে পারবে।

৫) ভগ্নাংশের সরলীকরণের দ্বারা সম ভগ্নাংশ নির্ণয় প্রক্রিয়া স্মরণ করতে পারবে।

৭.৪.২. বোধমূলক ঃ ১) সামান্য ভগ্নাংশের লব ও হরের পার্থক্য করতে পারবে।

২) বিভিন্ন প্রকার সামান্য ভগ্নাংশের তুলনা করতে পারবে।

৩) লব ও হর থেকে ভগ্নাংশ গঠন করতে পারবে।

৪) দশমিক ভগ্নাংশের স্থানগুলির মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

৫) ভাষামূলক সমস্যার সঠিক পদ্ধতি সনাক্ত করতে পারবে।

৬) ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে অঙ্ক থেকে ভাষায় ও ভাষা থেকে অঙ্কে প্রকাশ করতে পারবে।

৭.৪.৩. প্রয়োগমূলক ঃ ১) ভগ্নাংশের চিত্ররূপ ব্যাখ্যা করতে পারবে।

২) ভাষামূলক সমস্যায় ভগ্নাংশের বিমূর্ত প্রক্রিয়া বিশ্লেষণের মাধ্যমে সমাধান করতে পারবে।

৩) ভাষামূলক সমস্যা তৈরি করতে পারবে।

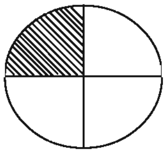
৭.৪.৪ দক্ষতামূলক ঃ ১) ভগ্নাংশের চিত্ররূপ দেখাতে পারবে।

২) সমভগ্নাংশ ও ভগ্নাংশের ছোট ও বড় এর চিত্ররূপে দিতে পারবে।

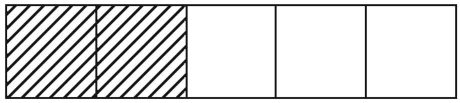
৩) ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুন ও ভাগের চিত্ররূপ দিতে পারবে।

৭.৫ সামান্য ভগ্নাংশ

সামান্য ভগ্নাংশের ধারণা ঃ বিভিন্ন উপকরণের মাধ্যমে সামান্য ভগ্নাংশের ধারণা দেওয়া যেতে পারে। যেমন একটি পিচবোর্ডে নিম্নের মতো ছবি দেখিয়ে শিক্ষার্থীদের প্রশ্নের মাধ্যমে ধারণা দেওয়া যেতে পারে। অথবা কাগজ ভাঁজের মাধ্যমে সমভগ্নাংশের ধারণা দেওয়া যেতে পারে।



$\frac{১}{৪}$



$\frac{২}{৫}$

সমপরিমাণ জিনিসের দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের পরিমাণ সমান হলে সেই ভগ্নাংশগুলিকে সমভগ্নাংশ বলে। যথা— $\frac{১}{৩}, \frac{২}{৬}, \frac{৩}{৯}$, পরস্পর সমভগ্নাংশ।

৭.৫.১. সমভগ্নাংশ নির্ণয়ের গাণিতিক নিয়ম ঃ

(১) ভগ্নাংশটির লব ও হরকে একই সংখ্যা দিয়ে গুন করলে ভগ্নাংশটি সমমানের ভিন্ন আকারের সমভগ্নাংশ পাওয়া যায়।
(২) ভগ্নাংশটির লব ও হরকে একই বিভাজ্যকারী সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে ভিন্ন আকারের সমভগ্নাংশ পাওয়া যায়। উদাহরণ স্বরূপ —

$\frac{১}{৪} = \frac{১ \times ৩}{৪ \times ৩} = \frac{৩}{১২}$ অর্থাৎ $\frac{১}{৪}$ ও $\frac{৩}{১২}$ পরস্পর সমভগ্নাংশ

$\frac{৪}{১২} = \frac{৪ \div ২}{১২ \div ২} = \frac{২}{৬}$ অর্থাৎ $\frac{৪}{১২}$ ও $\frac{২}{৬}$ পরস্পর সমভগ্নাংশ

সমভগ্নাংশের ছোট ও বড় কোনটি তা নির্ণয়ের নিয়ম :

উদাহরণ স্বরূপ $\frac{৩}{৪}$ ও $\frac{৫}{৬}$ নেওয়া হল।

$\frac{৩}{৪} = \frac{৩ \times ৬}{৪ \times ৬} = \frac{১৮}{২৪}$ আবার $\frac{৫}{৬} = \frac{৫ \times ৪}{৬ \times ৪} = \frac{২০}{২৪}$

যেহেতু ২০ > ১৮ সুতরাং $\frac{৫}{৬}$ বড়; $\frac{৩}{৪}$ ছোট

অন্যভাবে বলা যায় $\frac{৩}{৪} < \frac{৫}{৬}$ কারণ কোনাকুনি গুন করলে লেখা যায় ১৮ < ২০

৭.৫.২. সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ ঃ

নিয়ম ঃ (১) সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের যোগফল $= \dfrac{\text{১ম লব + ২য় লব}}{\text{সমহর}}$

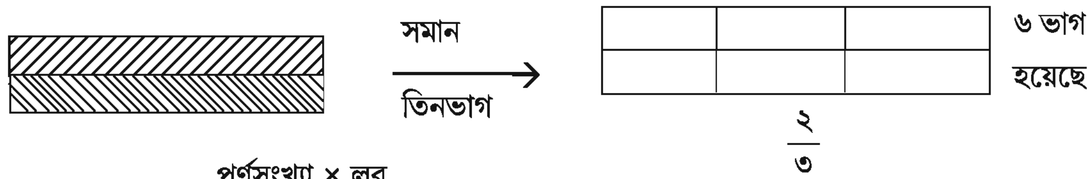
(২) সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের বিয়োগফল $= \dfrac{\text{১ম লব - ২য় লব}}{\text{সমহর}}$

(৩) অসমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের যোগফল

$$= \dfrac{(\text{ল.সা.গু} \div \text{১য় হর}) \times \text{১ম লব} + (\text{ল.সা.গু} \div \text{২য় হর}) \times \text{২য় লব}}{\text{হর দুটির ল.সা.গু}}$$

ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ : $২ \times \dfrac{১}{৩}$ = ২টি জিনিসের ৩ ভাগের ১ ভাগ

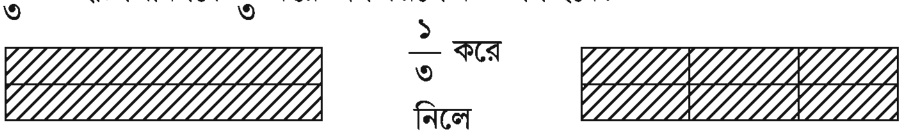
চিত্ররূপ :



অর্থাৎ : পূর্ণসংখ্যা × ভগ্নাংশ $= \dfrac{\text{পূর্ণসংখ্যা} \times \text{লব}}{\text{হর}}$

আবার $২ \div \dfrac{১}{৩}$ = ২টি জিনিসকে $\dfrac{১}{৩}$ করে ভাগ করলে কত ভাগ হবে?

চিত্ররূপ :

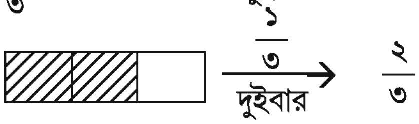


পূর্ণসংখ্যা ÷ ভগ্নাংশ $= \dfrac{\text{পূর্ণসংখ্যা} \times \text{হর}}{\text{লব}}$

ভগ্নাংশকে পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুন ও ভাগ :

$\dfrac{১}{৩} \times ২ = \dfrac{১}{৩}$ পরিমাণ জিনিসের দুইবার নিলে কত অংশ হবে?

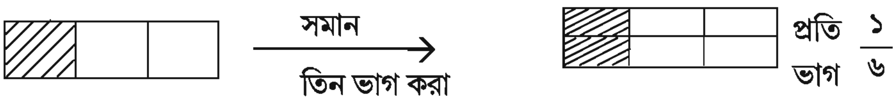
চিত্ররূপ :



অর্থাৎ : ভগ্নাংশ × পূর্ণসংখ্যা $= \dfrac{\text{লব} \times \text{পূর্ণসংখ্যা}}{\text{হর}}$

আবার $\dfrac{১}{৩} \div ২ = \dfrac{১}{৩}$ পরিমাণ জিনিস সমান দুই ভাগ করলে প্রতি ভাগ কত?

চিত্ররূপ :

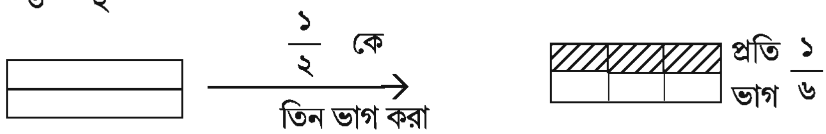


অর্থাৎ ভগ্নাংশ ÷ পূর্ণসংখ্যা = $\frac{\text{লব}}{\text{হর} \times \text{পূর্ণসংখ্যা}}$

ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুন ও ভাগ

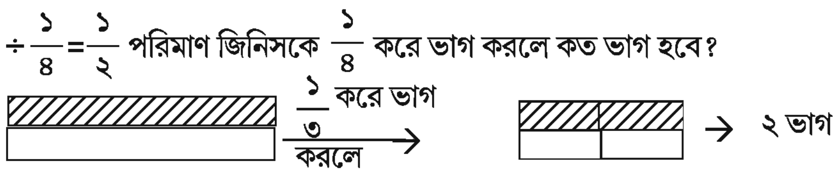
$\frac{১}{২} \times \frac{১}{৩} = \frac{১}{২}$ পরিমাণ জিনিসের তিনভাগের এক ভাগ কত হবে?

চিত্ররূপ :



আবার $\frac{১}{২} \div \frac{১}{৪} = \frac{১}{২}$ পরিমাণ জিনিসকে $\frac{১}{৪}$ করে ভাগ করলে কত ভাগ হবে?

চিত্ররূপ :



৭.৬ ভগ্নাংশে অনোন্যক

কোন ভগ্নাংশকে যে ভগ্নাংশ দিয়ে গুন করলে গুনফল ১ হয় সেই ভগ্নাংশটিকে প্রথম ভগ্নাংশটির অনোন্যক।

যেমন $\frac{২}{৩}$ এর অনোন্যক $\frac{৩}{২}$ কারণ $\frac{২}{৩} \times \frac{৩}{২} = ১$

৭.৬.১. বৈশিষ্ট্য ঃ ক) কোন ভগ্নাংশের অনোন্যক হবে ভগ্নাংশটির লব ও হর পরস্পর স্থান পরিবর্তন করে।

খ) প্রকৃত ভগ্নাংশের অনোন্যক অপ্রকৃত ভগ্নাংশ এবং অপ্রকৃত ভগ্নাংশের অনোন্যক প্রকৃত ভগ্নাংশ।

গ) ভগ্নাংশ ও অনোন্যক ভগ্নাংশ পরস্পর অনোন্যক যেমন $\frac{২}{৩}$ এবং $\frac{৩}{২}$ পরস্পর অনোন্যক।

ঘ) ১ লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশের অনোন্যক হয় পূর্ণ সংখ্যা।

৭.৭. দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা ঃ

নিম্নের ছকের মাধ্যমে দশমিক বিন্দুটির অবস্থান ব্যাখ্যা করা যাবে—

	শতক	দশক	একক	দশমিক বিন্দু	দশাংশ	শতাংশ
স্থানীয়মান	১ ১০০	১ ১০	১ ১		১	১

৭.৭.১. দশমিক ভগ্নাংশের প্রকারভেদ ঃ

দশমিক ভগ্নাংশ দুই প্রকার (১) সসীম দশমিক ভগ্নাংশ (২) অসীম দশমিক ভগ্নাংশ। সামান্য ভগ্নাংশের হর এর গুননীয়ক ২

এবং ৫ ছাড়া অন্য মৌলিক সংখ্যা হলে লবকে হর দিয়ে ভাগ করলে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ হয় অন্যথায় সসীম দশমিক ভগ্নাংশ হয়।

উদাহরণ : $\frac{১}{৫}$ = ০.২ (সসীম দশমিক ভগ্নাংশ)

$\frac{১}{১৫}$ = ০.০৫৩৩৩ ...... = ০.০৫৩ (অসীম দশমিক ভগ্নাংশ)

সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভাগের শেষ না থাকলে দশমিক বিন্দুর পরের যে সংখ্যাগুলি ভাগফলে বারে বারে আসে সেগুলি একবার নিয়ে তার মাথার পৌন:পুনিক চিহ্ন বসাতে হয়।

৭.৭.২. সসীম ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর ঃ

দশমিক বিন্দু বাদে সংখ্যাটিকে লব এবং দশমিক বিন্দুর জন্য ১ ও দশমিক বিন্দুর ডানদিকে যতগুলি অঙ্ক থাকবে ১-এর পাশে ততগুলি শূন্য বসিয়ে হর ধরলে যে ভগ্নাংশটি পাওয়া যাবে তাকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হয়।

যেমন— .১৫ = $\frac{১৫}{১০০}$ = $\frac{৩}{২০}$

৭.৮. অসীম ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর ঃ

পৌন পুনিক ও দশমিক বিন্দু বাদে সংখ্যাটি তা থেকে পৌন:পুনিকের বাম দিকে দশমিক বিন্দু ছাড়া সংখ্যাটি বিয়োগ করে লব ধরতে হয়। এরপর যতগুলির মাথায় পৌন:পুনিক থাকবে ততগুলি ৯ লিখে পৌন:পুনিক বাদে দশমিকের ডানদিকে যে কটি অংক থাকবে ততগুলি শূন্য হরে ৯-এর পর বসিয়ে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তাকে লঘিষ্ট আকারে প্রকাশ করতে হবে।

যেমন— $.১\dot{৫}$ = $\frac{১৫ - ১}{৯০}$ = $\frac{১৪}{৯০}$ = $\frac{৭}{৪৫}$

আবার .৩ এবং $.\dot{৩}$ এর মধ্যে কোনটি বড় ও কোনটি ছোট তা নির্ণয় করতে .৩ = .৩০ লিখে $.\dot{৩}$ = .৩৩ লিখলে স্পষ্টত $.\dot{৩}$ বড় আর .৩ ছোট।

৭.৯ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ

১. ভগ্নাংশ কাকে বলে ও কয়প্রকার

২. হাতে কলমে ভগ্নাংশ ও তার বীজগণিতের ধারণা জানে কী কী মডেল ব্যবহার করা যায় তা বুলুন

৩. সরল করুন : $\frac{২}{৫} + \frac{৩}{৪} + \frac{৬}{৭}$

৪. ০·১৫৭৪ কে সামান্য ভগ্নাংশে রূপান্তর করুণ

৫. $\frac{৭}{৫}$ ও $\frac{৯}{৮}$ কোনটি বড় তা বলুন

৮.০. তথ্য ব্যবহার পদ্ধতি (Data Handing)

৮.১. সূচনা :

অনেক সময় আমাদের প্রচুর সংখ্যাগত তথ্য থেকে উপযুক্ত সিদ্ধান্ত নিতে হয়। বিদ্যালয়ে শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত ফলাফল, শিক্ষার্থীদের উচ্চতা, ওজন, বয়স, উপস্থিতির হার নিয়ে আমাদের হিসাব নিকাশ করতে হয়। কখনও কখনও দুই বা ততোধিক বিদ্যালয়ের মধ্যে ঐসব বিষয়ে তুলনা করতে হয়। এসব কাজের জন্য আমাদের কয়েকটি ধাপ অনুসরণ করতে হয় যেমন (ক) গাণিতিক তথ্যগুলিকে লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ (খ) কখনও কখনও মাত্র একটি সাংখ্যমানের সাহায্যে ঐ তথ্যগুলিকে প্রকাশ করতে হয়। এগুলি হল — মিন, মিডিয়ান ইত্যাদি। আর কিছু বলা না থাকলে, গড় বলতে মিনকেই বোঝায়।

৮.২. উদ্দেশ্য :

এই একক পাঠের শেষে আপনারা জানবেন

(i) সংখ্যাগত তথ্যের বিভাজন এবং চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ —ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজ, হিস্টোগ্রাম ইত্যাদি। এছাড়াও এক ধরনের গ্রাফ ও লেখচিত্র আছে, তাকে বলে বারগ্রাফ।

(ii) মিন, মিডিয়ান ও আদর্শ বিচ্যুতির (SD) ধারণা

(iii) মিন, মিডিয়ান ও আদর্শ বিচ্যুতি (SD) নির্ণয়

(iv) শিক্ষায় উহাদের ব্যবহার

(v) শিক্ষায় আপনার অগ্রগতি

৮.৩ শিক্ষাগত ফলাফল (Learning Outline)

জ্ঞান :(i) ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজ ও হিস্টোগ্রামের শনাক্তকরণ

(ii) উহাদের অংকনের বর্ণনা করা

(iii) উহাদের বৈশিষ্ট্য নিরূপন করা

(iv) মিন, মিডিয়ান ও আদর্শ বিচ্যুতির সংজ্ঞা দেওয়া

(v) উহাদের নির্ণয়ের সূত্র লেখা

(vi) শিক্ষায় উহাদের গুরুত্ব বিবৃত করা

বোধ ঃ

(i) ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজ ও হিস্টোগ্রামের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা

(ii) মিন ও মিডিয়ানের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা

(iii) মিন, মিডিয়ান ও আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়ের গাণিতিক সম্পর্ক নির্বাচন

প্রয়োগ ঃ

(i) সংখ্যাগত তথ্যের উপযুক্ত চিত্ররূপ এবং প্রতিনিধিমূলক সাংখ্যা মান নির্ণয়

(ii) গ্রাফ ও প্রতিনিধিমূলক সাংখ্যমানের সংব্যাখ্যান

দক্ষতা ঃ

(i) গ্রাফ অঙ্কন করা

(ii) মিন, মিডিয়ান ও SD নির্ণয় করা।

৮.৪ নমুনা প্রশ্নপত্র

জ্ঞান: (ক) মিন মিডিয়ান ও SD বলতে কী বোঝায়?

(খ) উহাদের মান নির্ণয়ের সূত্রগুলি লিখুন।

বোধ: (ক) সবচেয়ে বড় স্কোরের চেয়ে মিন বড়। T/F

(খ) দুটি দলের মিন একই কিন্তু SD পৃথক। কোনদলের কাজের মান উন্নত হবে?

প্রয়োগ : একটি দলের মিন জানা আছে, দলের শিক্ষার্থীর সংখ্যা জানা আছে। একটি স্কোর মুছে গেছে। স্কোরটি কি জানা যাবে? Y/N

দক্ষতা : প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজ এবং হিস্টোগ্রাম নির্ণয় কর।

৮.৫. তথ্যের বিন্যাস (Arrangement of scores)

গণিতের একক অভীক্ষায় প্রাথমিক বিদ্যালয়ের ২০ জন শিক্ষার্থী নিচের স্কোরগুলি পেয়েছে। তথ্যগুলি সম্পর্কে আপনার মন্তব্য কী?

২৫	১০	১৩	২১	২৭	২০	২৪	১৮	১৯	১৬
১৯	২৭	২২	২৮	২০	১৪	১৬	২৩	২৬	২৫

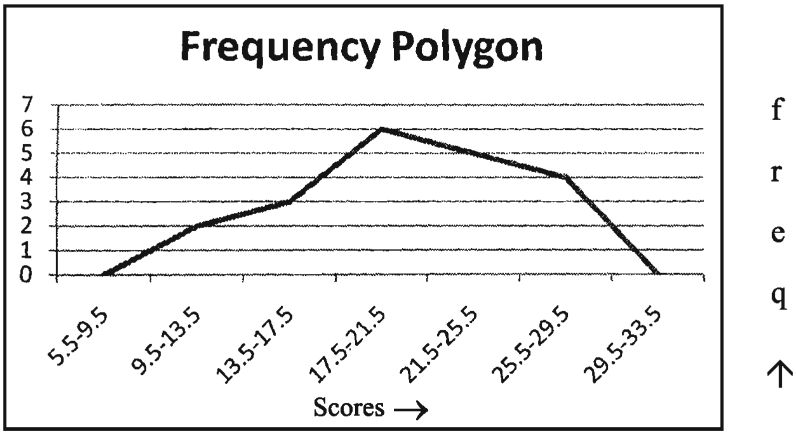
৮.৬ তথ্য উপস্থাপন (Presentation of Data)

যদি স্কোরগুলিকে নিয়মানুগ (Systematic) বিন্যাস করা যায় তাহলে স্কোরসমূহের অর্থ অনুধাবন করা যায়। এর জন্য স্কোরগুলিকে কয়েকটি সমান্তরযুক্ত শ্রেণিতে সজ্জিত করা দরকার। সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ স্কোরগুলি যথাক্রম ১০ এবং ২৮। এখানে রেঞ্জ (Range) (২৮ - ১০)+১ = ১৯। স্কোরগুলিকে পাঁচ, দশ বা চারটি দলে সহজেই ভাগ করা যায়। আমরা পাঁচটি দলে ভাগ করেছি যেমন, ১০-১৩, ১৪-১৭, ১৮-২১, ২২-২৫, ২৬-২৯, যদিও ২৯ স্কোরটি তালিকায় নেই, বিভাগগুলিকে সমান করার জন্য ২৯-এর অবতারণা করা হয়েছে। বিভাগগুলিকে অন্যভাবেও লেখা যেতে পারে যেমন : ৯.৫-১৩.৫, ১৩.৫-১৭.৫, ১৭.৫-২১.৫, ২১.৫-২৫.৫, এবং ২৫.৫-২৯.৫

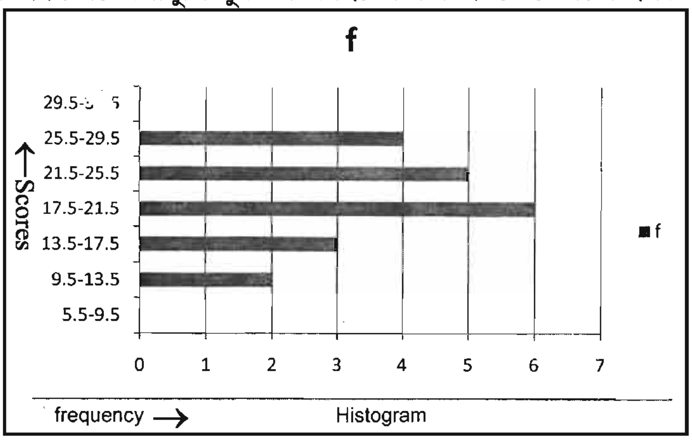
স্কোর বিভাগ	১০-১৩	১৪-১৭	১৮-২১	২২-২৫	২৬-২৯	Total
অথবা স্কোর বিভাগ	৯.৫-১৩.৫	১৩.৫-১৭.৫	১৭.৫-২১.৫	২১.৫-২৫.৫	২৫.৫-২৯.৫	
ট্যালি মার্কস	||	|||	~~||||~~|	~~||||~~	||||	
ফ্রিকোয়েনসী (f)	২	৩	৬	৫	৪	N=২০

তালিকা থেকে দেখা যায় বিভিন্ন বিভাগে কতজন করে শিক্ষার্থী নম্বর পেয়েছে। এই সংখ্যাকে বলে ফ্রিকোয়েনসী (frequency)। বিভিন্ন বিভাগের স্কোরগুলি (frequency) স্কোর বণ্টনের একটা অর্থ সূচীতে করে। দেখা যায় ১৮-২১ বা ১৭.৫ থেকে ২১.৫ এর বিভাগটিতে ফ্রিকোয়েনসী সর্বোচ্চ। দলের স্কোরগুলিকে বিভিন্নভাবে চিত্রিত করা যায় যেমন - ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজ বা হিস্টোগ্রাম ইত্যাদি।

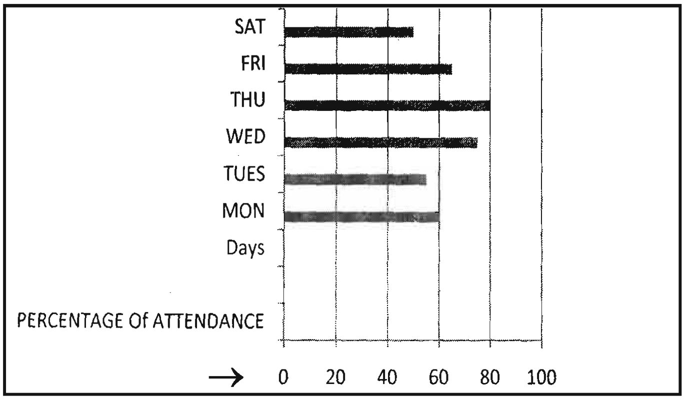
৮.৬.১ উপরি উক্ত স্কোরের ভিত্তিতে অঙ্কিত ফ্রিকোয়েনসী বহুভুজটি নিম্নরূপ :



হিস্টোগ্রাম বিভিন্ন বিভাগের অন্তর এবং ফ্রিকোয়েনসীর ভিত্তিতে আয়তক্ষেত্র আঁকা যায়। একে বলে হিস্টোগ্রাম। হিস্টোগ্রাম প্রত্যেক বিভাগের ফ্রিকোয়েনসীগুলি খুব স্পষ্ট। হিস্টোগ্রামটি নিচে দেখানো হল।



আর এক ধরনের চিত্ররূপ আছে থাকে বলা হয় বারগ্রাফ : যেখানে বিভিন্ন বিভাগের জন্য কোন সাংখ্যমান থাকে না। পরিবর্তে থাকে নাম। উদাহরণ দিলে বোঝা যেতে পারে। যেমন সোম থেকে শনিবার পর্যন্ত উপস্থিতির শতকরা হার হল যথাক্রমে ৬০, ৫৫, ৭৫, ৮০, ৬৫ এবং ৫০, উপস্থিতির হার বারগ্রাফের সাহায্যে দেখান।



বারগ্রাফ

৮.৬.২. মিনের ধারণা : যদি একটি সাংখ্যমানের সাহায্যে কোন কোন স্কোরগুচ্ছের প্রতিনিধিত্ব করা তবে সে মানটি হতে পারে মিন অথবা মিডিয়ান, আমরা প্রথমে মিনের ধারণা দেব। স্কোর ৮,৫,৩,৭ এবং ২ এর মিন কত?

যদি স্কোরের সমষ্টি একই রেখে যদি সকলের নম্বর সমান হয়, তাহলে সেই নম্বরটি হবে মিন। উপরের উদাহরণে মোট স্কোর x = ৮+৫+৩+৭+২=২৫ শিক্ষার্থীর সংখ্যা (N) ৫ প্রত্যেকের নম্বর সমান হতে হলে প্রত্যেকের নম্বর বা স্কোর

$$= \frac{\text{মোট স্কোর}}{\text{মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা}} \text{ অর্থাৎ মিন} = \frac{\text{মোট } x}{N} = \frac{25}{5} = \text{৫ (মিন)}$$

৮,৭,৬,৪,৭,১১,১২ এবং ৯ এর মিন কত? স্কোরগুলির সমষ্টি = ৬৪,শিক্ষার্থীর সংখ্যা (N) = ৮

$$\therefore \text{মিন} = \frac{\text{৬৪}}{\text{৮}} = \text{৮}$$

৮.৬.৩ মিডিয়ানের ধারণা : ১০,১২,৯,৬,১৫,১৬,৭,১১,১৬ এর মিডিয়ান কত? ৯টি স্কোরকে বড় থেকে ছোট অথবা ছোট থেকে বড়'র দিকে সাজাতে হবে। ছোট থেকে বড়'র দিকে ৯টি স্কোরকে সাজিয়ে পাই ৬,৭,৯,১০,১১,১২,১৫,১৬, ১৬। এদের মধ্যবর্তী স্কোর হ'ল পঞ্চম স্কোর (5th score)। ∴ মিডিয়ান হল মধ্যবর্তী স্কোর অর্থাৎ ১১। এই উদাহরণে বিজোড় সংখ্যক (৯টি) স্কোর আছে।

জোড় সংখ্যার জন্য মিডিয়ান : আমরা ১০টি স্কোর নেব ৮,১০,১২,৯,৬,১৫,১৬,৭,১১,১৬ ছোট থেকে বড়তে সাজিয়ে পাওয়া স্কোরগুলি হল

৬,৭,৮,৯,১০,১১,১২,১৫,১৬, ১৬। এখানে মাঝখানে দুটি স্কোর আছে : ৫th এবং ৬th (পঞ্চম এবং ষষ্ঠ) এগুলি হল যথাক্রমে ১০ এবং ১১, সুতরাং মিডিয়ান $= \frac{\text{১০ + ১১}}{\text{২}} = \text{১০.৫}$

সুতরাং মিডিয়ানের সংজ্ঞা : কোন স্কোর বণ্টনের স্কোরগুলিকে পরপর সাজালে মধ্যবর্তী স্কোরটি হবে মিডিয়ান।

৮.৬.৪ আদর্শবিচ্যুতি (Standard Deviation) - এর ধারণা : আমরা দেখতে পাই একই ধরনের কাজে ব্যবহৃত দুটি দলের মধ্যে তুলনা করতে গেলে দেখি তুলনার জন্য মিন বা মিডিয়ান যথেষ্ট নয়। উদাঃ ক এবং খ দুটি দল, ক এবং খ দলের স্কোরগুলি যথাক্রমে ৫,৮,৯,৬,৭, এবং ৩,৪,৫,১০,১৩, ক দলের মিন $= \frac{\text{৫+৮+৯+৬+৭}}{\text{৫}} = \text{৭}$;খ দলের মিন

$= \frac{৫+৮+৯+৬+৭}{৫} = ৭$ । তাহলে দল দুটি কি সমান? দেখা যাক। 'ক' দলের স্কোরগুলি মিনের কাছাকাছি কিন্তু খ দলের স্কোরগুলি মিন থেকে দূরবর্তী। আদর্শ বিচ্যুতি (SD) হল মিন থেকে স্কোরগুলির দূরুত্ব বা মিনের চারপাশে ছড়িয়ে পড়ার পরিমাপ। (SD) বেশী হলে দলের মান নিম্নমুখী।

(SD) নির্ণয়ের পদ্ধতি

ক দলের মিন = ৭; মিন থেকে স্কোরগুলির পার্থক্য ৫-৭, ৮-৭, ৯-৭, ৬-৭, ৭-৭

অর্থাৎ -২, ১, ২, -১, ০

পার্থক্যের বর্গ = ৪,১,৪,১,০

বর্গের সমষ্টি = ৪+১+৪+১+০ = ১০

$বর্গের\ মিন = \frac{বর্গের\ সমষ্টি}{স্কোর\ সংখ্যা} = \frac{১০}{৫} = ২$

$SD = \sqrt{বর্গের\ মিন} = \sqrt{২} = ১.৪১৪$

'খ' দলের মিন = ৭

মিন থেকে স্কোরগুলির পার্থক্য ৩-৭, ৪-৭, ৫-৭, ১০-৭, ১৩-৭

অর্থাৎ -৪. -৩, -২, ৩, ৬

উহাদের বর্গ ১৬, ৯, ৪, ৯, ৩৬

$বর্গের\ মিন = \frac{১৬+৯+৪+৯+৩৬}{৫} = \frac{৭৪}{৫} = ১৪.৮$

$SD = \sqrt{বর্গের\ মিন} = \sqrt{১৪.৮} = ৩.৮৪$

দুটি দলের মিন একই অর্থাৎ ৭।

'ক' দলের SD = ১.৪১৪

'খ' দলের SD = ৩.৮৪০

যেহেতু 'খ' দলের SD বেশী, এই দলের কাজের মান নিম্নমুখী।

৮.৬.৫ মিন, মিডিয়ান ও আদর্শবিচ্যুতির গুরুত্ব

মিন ও মিডিয়ান ব্যবহার হয়

১। দলের কাজ কর্মের মান জানতে যেমন :

- বিগত পরীক্ষায় ষষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে ফলাফল কেমন হয়েছে?
- ধান উৎপাদনে কোন গ্রাম এগিয়ে আছে?
- তোমার গ্রামের মাথাপিছু আয় কত?

২। একই কাজে নিয়োজিত বিভিন্ন দলের কাজের তুলনা

- মাধ্যমিক চূড়ান্ত পরীক্ষায় দুটি বিদ্যালয়ের কোনটির ফলাফল গণিতে ভাল?
- বিগত একক অভীক্ষায় আপনার বিদ্যালয়ের তৃতীয় শ্রেণির বালক বালিকাদের মধ্যে কারা ভাল ফল করেছিল?

৩। মিন ও মিডিয়ান কোন শ্রেণির স্কোরগুলির প্রতিনিধিত্ব করতে পারে।

- মিডিয়ান নির্ণয় সহজ হলেও মিন হল স্কোরগচ্ছের নির্ভরযোগ্য প্রতিনিধি।

৪। যখন আমরা স্কোর বণ্টনের মাঝামাঝি মানটি জানতে চাই।

S.D. -এর ব্যবহার হয় মিন চারপাশে স্কোরগুলির বিস্তার জানতে । যদি SD-এর মান বেশী হয় তাহলে দলের কাজের মান হবে নিম্নমুখী।

৮.৭ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুন

১। মিন কাকে বলে?

২। মিডিয়ান কাকে বলে?

৩। আদর্শ বিচ্যুতি কাকে বলে?

৪। কাজ কর্মের মাধ্যমে মিনের ধারণা দিন।

৫। নিচের স্কোরগুলির ফ্রিকোয়েনসী বণ্টনের ভিত্তিতে হিস্টোগ্রাম অঙ্কণ করুন।

১০-১৪	১৫-১৯	২০-২৪	২৫-২৯
৫	৮	১০	৬

পাঠএকক ঃ ৯

ঐকিক নিয়ম, শতকরা, সুদকষা, লাভক্ষতি

ঐকিক নিয়ম - ৯.১

৯.১.১ (ঐকিক নিয়ম সম্পর্কিত) ভূমিকা ঃ

প্রতিটি ব্যক্তিকে তার ব্যবহারিক জীবনে প্রতিনিয়ত 'ঐকিক নিয়ম' গাণিতিক প্রক্রিয়াটিকে ব্যবহার করতে হয়।

দুটি ভিন্ন জাতীয় রাশির মধ্যে কোনরূপ সম্পর্ক থাকলে দেখা যায় একটি রাশির পরিবর্তনে অন্য রাশির পরিবর্তন বিশেষ নিয়মে হয়। এক্ষেত্রে প্রথম রাশির একাধিক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির সম্পর্ক নির্ণয়ে প্রথমটির একটির মানের সঙ্গে দ্বিতীয়টির মান নির্ণয় করতে হয়। তাই এই প্রক্রিয়াকে এক সম্বন্ধীয় নিয়ম বা ঐকিক নিয়ম বলে। এক্ষেত্রে দুই প্রকার ঘটনা লক্ষ্য করা যায়। প্রথম রাশিটির বৃদ্ধিতে দ্বিতীয় রাশির মান বাড়ে অথবা প্রথম রাশির মান হ্রাসে দ্বিতীয় রাশির মান হ্রাস পায়। তবে রাশিদুটির মধ্যে একটি প্রত্যক্ষ সম্পর্ক আছে বলা হয়। অপরপক্ষে প্রথমরাশির বৃদ্ধিতে দ্বিতীয় রাশির মান হ্রাস অথবা প্রথম রাশির হ্রাসে দ্বিতীয় রাশির মান বৃদ্ধি হলে রাশিদুটির মধ্যে বিপরীত বা ব্যস্ত ভেদ সম্পর্ক আছে বলা হয়।

৯.১.২. উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায় পাঠের পর আপনারা শিখবেন-

(১) ঐকিক নিয়মের অর্থ স্মরণ করতে পারবেন।

(২) ঐকিক নিয়মের স্তরদুটি স্মরণ করতে পারবেন।

(৩) ঐকিক নিয়মে যুক্ত গুন ও ভাগ প্রক্রিয়াটি স্মরণ করতে পারবেন।

(৪) কোন কোন ক্ষেত্রে প্রত্যক্ষ সম্পর্ক ও কোন কোন ক্ষেত্রে বিপরীত সম্পর্কের ক্ষেত্রে প্রথম রাশির বৃদ্ধি বা হ্রাসে দ্বিতীয় রাশির মান বৃদ্ধি বা হ্রাস বা হ্রাস/বৃদ্ধি হয় তা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

(৫) বিশ্লেষণের মাধ্যমে সমস্যাটির সঠিক সমাধান করতে পারবেন।

(৬) ঐকিক নিয়মের সমস্যা তৈরি করতে পারবেন।

(৭) গাণিতিক ছক থেকে ভাষামূলক সমস্যা তৈরি করতে পারবেন।

৯.১.৩. বিভিন্ন স্তরের মাধ্যমে ঐকিক নিয়মের ধারণা দেওয়া যেতে পারে ঃ

৯.১.৩.১ ১ম স্তর : প্রথম রাশির এক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির মানের সম্পর্ক থেকে প্রথম রাশির একাধিক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির মান নির্ণয়। যেমন ১টি গরুর দাম ৫০০ টাকা হলে ৪টি গরুর দাম কত?

শিক্ষার্থীদের নিম্নলিখিত প্রশ্নের মাধ্যমে সমাধানটি করা যেতে পারে।

(১) একটি গরুর দাম কত?

(২) চারটি গরুর দাম আগের থেকে বেশি বা কম হবে।

(৩) একটির দাম থেকে চারটির দাম নির্ণয় করতে হবে।

(৪) চারটি গরুর দাম কত?

৯.১.৩.২ ২য় স্তর : প্রথম রাশির একাধিক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির মানের সম্পর্ক থেকেপ্রথম রাশির এক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশরি মান নির্ণয়। যেমন ৪টি গরুর দাম থেকে ১টি গরুর দাম নির্ণয়। এক্ষেত্রে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি করতে হবে—

(১) চারটি গরুর দাম থেকে একটির দাম নির্ণয় করতে হবে।

(৪) ১টির দাম কত?

৯.১.৩.৩ ৩য় স্তর : প্রথম রাশির একাধিক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির মানের সম্পর্ক থেকে প্রথম রাশির অপর একাধিক মানের সঙ্গে দ্বিতীয় রাশির মান নির্ণয়। যেমন ৪টি গরুর দাম থেকে ৬টি গরুর দাম নির্ণয়। এক্ষেত্রে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি করা যেতে পারে।

(১) ৪টি গরুর দাম কত?

(২) ১টি গরুর দাম কত?

(৩) ৬টি গরুর দাম কত?

এছাড়াও নিম্নলিখিত ভাবে করা যায়

গাণিতিক ভাষায় সমস্যাটি হল—

গরুর সংখ্যা	দাম (টাকা)
৪	৬
৬	*

যেহেতু গরুর সংখ্যার সঙ্গে দাম সরল সম্পর্ক। সুতরাং ৬টি গরুর দাম নির্ণয়ে নিম্নলিখিত সম্পর্ক থাকবে।

$$* : ২০০০ :: ৬ : ৪$$

$$\text{বা,} \quad * = \frac{৬ \times ২০০০}{৪} = ৩০০০ \text{ টাকা}$$

আবার যদি সমস্যাটি হয়, ২০ জন লোক একটি রাস্তা ৫ দিনে সারাই করলে ১০ জল লোক ঐ রাস্তা সারাই কতদিনে করবে?

গাণিতিক ভাষায় সমস্যাটি হল—

জন	দিন
২০	৫
১০	*

যেহেতু জন বাড়লে দিন বেশি লাগবে সুতরাং জনের সঙ্গে দিন ব্যাপ্ত সম্পর্ক।

অর্থাৎ * ঃ ৫ ঃঃ ২০ ঃ ১০

বা, $* = \frac{৫ \times ২০}{১০}$

$= ১০$

৯.১.৪ আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ

(১) ঐকিক নিয়ম কী

(২) ১২ জন লোক একটি কাজ ১৫ দিনে করলে একই কাজ ১০ জন লোক কত দিনে করবে? [উ: ১৮ দিন]

(৩) যদি ৭ মিটার কাপড়ের মূল্য ১২৬ টাকা হয় তাহলে ৮১ টাকায় কত মিটার কাপড় পাওয়া যাবে? [উ:৪.৫ মিটার]

(৪) একটি ক্যাম্পে ৪০০০ জন লোকের জন্য ১৯০ দিনের জন্য খাবার মজুত আছে। ৩০ দিন পর ৪০০ জন লোক চলে গেল। বাকী খাবার কত দিন চলবে? [উ:২০০ দিন]

(৫) ২ জন লোক অথবা ৩ জন বালক একটি কাজ ৪৮ দিনে শেষ করে। সেই কাজই ৪ জন লোক এবং ৬ জন বালকের কত দিন লাগবে? [উ:১২ দিন]

পাঠএকক ঃ ৯.২

শতকরা

[Percentage]

৯.২.১ ভূমিকা ঃ

একই জাতীয় একাধিক রাশির ফলাফলের বিচার বিশ্লেষণ করতে শতকরা প্রক্রিয়াটি ব্যবহার করা হয়। এই প্রক্রিয়ার সাংকেতিক চিহ্ন হল %। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় $x\ \% = \frac{x}{100}$

৯.২.২. উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায় পাঠের পর নিম্নলিখিত ধারণা পাওয়া যাবে।

ক) শতকরা কথাটির অর্থ

খ) শতকরা প্রক্রিয়ার সাথে ঐকিক নিয়মের সমন্বয়

গ) ভাষাগত সমস্যায় শতকরার প্রয়োগ।

৯.২.৩. কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ

১) শতকরা কথাটির অর্থ স্মরণ করতে পারবে।

২) শতকরা চিহ্নটি (%) স্মরণ করতে পারবে।

৩) শতকরা প্রক্রিয়াটি স্মরণ করতে পারবে।

৪) শতকরার সঙ্গে ঐকিক নিয়মের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ

১) সমস্যামূলক অঙ্কে শতকরার প্রয়োগ সনাক্ত করতে পারবে।

২) ভগ্নাংশ ও শতকরা ও ভগ্নাংশের পারস্পরিক রূপান্তর ব্যাখ্যা করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক সামর্থ্য ঃ

বিশ্লেষণের মাধ্যমে ভাষামূলক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

৯.২.৪. পাঠ ক্রমে শতকরা অধ্যায়ের প্রয়োজনীয়তা ঃ

(ক) ব্যবহারিক জীবনে একই জাতীয় একাধিক ফলাফলের তুলনা করতে শতকরা পদ্ধতি প্রয়োগে তুলনামূলক বিশ্লেষণটি সহজ হয়ে ওঠে।

(খ) শতকরায় প্রকাশ করে বা প্রকাশিত তথ্য থেকে কেনাবেচার ফল উপলব্ধি করা যায়, যা প্রতিটি ব্যক্তির ব্যবহারিক জীবনের সঙ্গে ঘনিষ্ট সম্পর্কযুক্ত।

(গ) কৃষিকাজে ব্যবহৃত সারের প্যাকেটে লিখিত উপাদানগুলির শতকরা হিসাব দেখে কৃষকরা প্রয়োজনমত ও উপযুক্ত পরিমাণে সার প্রয়োগ করতে পারেন।

(ঘ) বিভিন্ন সরকারি ও বেসরকারি অর্থ সংস্থায় সুদের শতকরা বার্ষিক হার বিচার করে অর্থ জমা রাখা বা ধার নেওয়া উপযুক্ত কিনা বিচার করতে পারে।

(ঙ) শিক্ষার্থীর নিজেদের পরীক্ষার বিভিন্ন প্রাপ্ত বিষয়ের ফলাফলের তুলনা করতে পারে।

৯.২.৫. শতকরা ধারণা দেওয়ার ধাপ ঃ

প্রথমে পূর্ব অভিজ্ঞতা যাচাই করতে হবে দেখতে হবে ভগ্নাংশের ছোট বড় ও ঐকিক নিয়মের ধারণা আছে কিনা।

আয়োজন ঃ নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি শিক্ষার্থীদের করতে হবে—

(ক) $\frac{১}{৩}$, $\frac{১}{৪}$ এর মধ্যে কোনটি ছোট কোনটি বড়।

(খ) পরীক্ষায় সহেল ২০ তে ১২ এবং তপন ২০ তে ১৫ পেয়েছে। তুলনায় কার ফল ভাল।

উপস্থাপন কোনো একটি সমস্যা নিয়ে প্রশ্ন ও উত্তরের মাধ্যমে ধারণা দিতে হবে।

যেমন—মনীষা প্রথম পরীক্ষায় অঙ্কে ২০ তে ১২ এবং দ্বিতীয় পরীক্ষায় ৫০ এ ৩০ পেয়েছে। পরীক্ষার ফল পূর্বের তুলনায় ভাল হয়েছে কিনা তা নির্ণয় করতে হবে।

শিক্ষক মহাশযের প্রশ্ন	শিক্ষার্থীর সম্ভাব্য উত্তর
১) প্রথবার কততে কত পেয়েছে?	১) ২০ তে ১২
২) দ্বিতীয়বার কততে কত পেয়েছে?	২) ৫০ এ ৩০
৩) দ্বিতীয়বারে ফল আগের তুলনায় ভাল হয়েছে কি?	৩) —
৪) ঐকিক নিয়মের মাধ্যমে বলো ২০ তে ১২ হলে ১০০ তে তা কত?	৪) ৬০
৫) দ্বিতীয়বারের ফল ১০০ তে কত হবে?	৫) ৬০
৬) দ্বিতীয়বার কি পূর্বের তুলনায় অগ্রগতি হয়েছে?	৬) একই রকম আছে।
৭) এই প্রক্রিয়াটির নাম কী হবে?	৭) শতকরা

৯.২.৬. শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক প্রশ্নের নমুনা ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ (ক) x % লাভ কথাটির অর্থ কী?

(খ) বার্ষিক সুদের হার ১০ % বলতে কী বোঝা হয়?

বোধমূলক ঃ (ক) কোনটি শতকরা চিহ্ন (১) ÷ (২) % (৩) %

(খ) ৫০ টাকার ৬ % এবং ২০ টাকার ৪ % -এর মধ্যে সম্পর্ক কী?

প্রয়োগমূলক ঃ (ক) রাম ২০ তে ১৫ এবং চিত্রা ২৫ এ ২০ পেয়েছে। কার ফল তুলনায় ভাল বিশ্লেষণ করুন।

৯.২.৭. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ

১. শতকরা ধারণা দেওয়ার ধাপগুলি লিখুন।

২. ২ কিগ্রা ২৫০ গ্রাম, ০.৭২ কুইন্টালের শতকরা কত ভাগ? [উ: ৩ $\frac{১}{৮}$]

৩. রেলপথে কেউ লাইনে হাওড়া থেকে বর্ধমানের দূরত্ব ৮৫ কিমি; কিন্তু মেইন লাইনে এই দূরত্ব ৫ % বেশি। মেন লাইনে হাওড়া থেকে বর্ধমানের দূরত্ব কত? [উ: ৮৯.২৫ কিমি]

৪. কয়লার মূল্য ২৫% বৃদ্ধি পেল, কয়লার জন্য ব্যয় একই রাখলে গৃহস্থকে কয়লার ব্যবহার শতকরা কী হারে কমাতে হবে? [উ: ২০ %]

৫. কোনো বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ১০% বৃদ্ধি করা হলে ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে।[উ: ২১ %]

পাঠএকক ঃ ৯.৩

সুদকষা

[Simple Interest]

৯.৩.১. ভূমিকা ঃ

সুদ কথাটি সকলের কাছেই পরিচিত। ব্যাঙ্কে বা পোষ্ট অফিসে কোনো ব্যক্তি টাকা গচ্ছিত রাখলে ব্যাঙ্ক বা পোষ্ট অফিস বা অন্য যেকোনো অর্থিক সংস্থা ব্যক্তিকে গচ্ছিত টাকার কিছু হলেও বেশি দেয়। অর্থাৎ এই বেশি টাকাটা কী তা শিক্ষর্থীদের কাছে জিজ্ঞাসা করলে তারা সকলেই হয়তো বলবে সুদ। কারণ এই কথাটি শিক্ষার্থীরা বাড়ীতে বা সকল স্থানেই সচরাচর শুনতে পাই।

৯.৩.২. উদ্দেশ্য ঃ এই অধ্যায় পাঠের পর আপনারা—

১) সুদ সম্পর্কে ধারণা পাবেন।

২) আসল বা মূলধন সম্পর্কে জানতে পারবেন

৩) সুদের বিভিন্ন প্রকারভেদ সম্পর্কে জানতে পারবেন

৪) সুদের বাস্তব জীবনে ব্যবহার সম্পর্কে জানতে পারবেন।

৯.৩.৩. সরল সুদ কষা ঃ

আপনারা সকলেই সরল সুদ কষার প্রসঙ্গ জেনেছেন। এই বিষয়ে আরও অনুশীলনের পূর্বে প্রাসঙ্গিক কয়েকটি ধারণা আবার মনে করিয়ে দেওয়ার জন্য নীচে আলোচনা করা হল।

আসল বা মুলধন - যত টাকা ধার নেওয়া বা দেওয়া অথবা যত টাকা গচ্ছিত রাখা হয়।

সুদ ঃ যে ব্যক্তি বা সংগঠন টাকা ধার দেন তাকে উত্তমর্ন এবং যে ব্যক্তি বা সংগঠন ধার করেন তাকে অধমর্ন বলে। উত্তমর্নের অর্থ সাময়িকভাবে ব্যবহার করার অধিকারের বদলে শর্ত অনুযায়ী অধমর্ন কিছু অর্থমূল্য দিয়ে থাকেন, এই অর্থমূল্যই সুদ।

সময় ঃ যত সময়ের জন্য ধার দেওয়া বা নেওয়া হয় অথবা গচ্ছিত রাখা হয়।

সুদের হারঃ সুদ সাধারণত বছরের হিসাবে কষা হয়ে থাকে। যেমন বার্ষিক সুদের হার ১০% এর অর্থ হল ১০০ টাকার ১ বছরের সুদ ১০ টাকা । কোনো কোনো ক্ষেত্রে ষান্মার্ষিক, মাসিক হিসাবেও সুদ কষা হয়।

বি:দ্র: শিক্ষার্থীদের কোনো একটি ব্যাঙ্কে বা পোষ্ট অফিসে নিয়ে গিয়ে হাতে কলমে উপরে বর্ণিত ধারণাগুলি দিলে সহজেই বোধগম্য হবে।

মোট সুদ ঃ নির্দিষ্ট আসলের উপর নির্দিষ্ট সময়ের জন্য দেয় বা প্রাপ্য সুদ।

সুদে আসল বা (সবৃদ্ধিমুল) ঃ আসল + মোট সুদ

প্রয়োজনীয় সূত্র : সুদ $(I) = \frac{PRT}{100}$

P = আসল

R = সুদের হার

T = সময়

৯.৩.৪. সমাধানযুক্ত সমস্যা ঃ

(১) বার্ষিক ৫% হারে ২ বছরের ১৫০০ টাকার সুদ কত?

সমাধান ঃ নির্ণেয় সুদ $= \frac{১৫০০ \times ২ \times ৫}{১০০}$ টাকা

$=$ ১৫০ টাকা

(২) সুদের হার ৫% থেকে কমে ৪% হলে এক ব্যক্তির প্রাপ্য বার্ষিক সুদ ২৫০ টাকা কম হয়। ওই ব্যক্তির মূলধন কত?

সমাধান ঃ ধরো মূলধন $= P$ টাকা

$$\therefore \frac{P \times ১ \times ৫}{১০০} - \frac{P \times ১ \times ৪}{১০০} = ২৫০$$

বা, P = ২৫০০০ টাকা

বি.দ্র: আরো সমাধানযুক্ত সমস্যার জন্য পর্যদের বই দেখুন।

৯.৩.৫. চক্রবৃদ্ধি সুদ ঃ

সাধারণত সুদ দুই প্রকার ১) সরলসুদ (Simple Interest)

২) চক্রবৃদ্ধি সুদ (Compound Interst)

সরলসুদ ঃ কেবল আসল বা মূলধনের উপর সুদ ধার্য হলে তাকে সরল সুদ বলে।

চক্রবৃদ্ধিসুদ ঃ কোনো নির্দিষ্ট সময় শেষে অর্জিত সুদ মূলধন হিসাবে গন্য করে পুনরায় যখন সুদ হিসাব করা হয় তখন সেই সুদকে চক্রবৃদ্ধি সুদ বলে।

চক্রবৃদ্ধি সুদের পর্ব ঃ যে সময়ের শেষে চক্রবৃদ্ধি সুদ প্রাপ্য হয় তাকে চক্রবৃদ্ধি সুদের পর্ব বলা হয়। চক্রবৃদ্ধি সুদের পর্ব সাধারণত ৩ মাস, ৬ মাস, ১ বছর হয়ে থাকে। মনে রাখতে হবে সুদের পর্ব উল্লেখ না থাকলে ১ বছর ধরা হয়।

সমূল চক্রবৃদ্ধি - আসল বা মূলধন এবং কোনো নির্দিষ্ট সময়ের চক্রবৃদ্ধি সুদের সমষ্টিকে সমূল চক্রবৃদ্ধি বলে।

মন্তব্য ঃ (১) চক্রবৃদ্ধি সুদের ক্ষেত্রে আসল বা মূলধন সব সময় এক থাকে না এবং প্রত্যেক সুদ পর্বের শেষে আসল বা মূলধন পরিবর্তিত হয়।

(২) চক্রবৃদ্ধি সুদ বা সমূল চক্রবৃদ্ধি সঙ্গে আসলের সরল সম্পর্ক।

৯.৩.৬. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ :

১. সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্য কী

২. বার্ষিক ১০% হারে সুদের ৩ বছরে ২৫০ টাকার সুদ কত? [উ: ৭৫ টাকা]

৩. বার্ষিক শতকরা কত হারে সরল সুদে কোনো টাকার ১০ বছরের সুদ সবৃদ্ধিমূলের $\frac{২}{৩}$ অংশ হবে?

[উ: ৬ $\frac{২}{৩}$ %]

৪. সুদের পর্ব ৩ মাস হলে বার্ষিক ২০% হারে ৪০০০ টাকার ৯ মাসের শেষে সমূল চক্রবৃদ্ধি নির্ণয় করুণ?

[উ: ৪৬৩০.৫০ %]

৫. যদি ৬ মাস অন্তর সুদ আসলের সঙ্গে যুক্ত হয়, তবে বার্ষিক ১৬ % হারে ৫০০০ টাকার ১ বছরের সুদ কত হবে? [উ: ৮৩২ টাকা]

পাঠএকক - ৯, ৪

লাভ ও ক্ষতি

[Profit and Loss]

৯.৪.১ ভূমিকা ঃ

আমাদের দেশে প্রচলিত অর্থনৈতিক ব্যবস্থায় সাধারণত উৎপাদনকারী ও ব্যবহারকারী মধ্যে সাক্ষাৎ লেনদেনের মাধ্যমে দ্রব্যসামগ্রী বন্টন খুব কমই হয়। প্রায় সব সময়ই দেখা যায় এক বা একাধিক মধ্যবর্তী লোক উৎপাদনকারীর কাছ থেকে উৎপাদিত দ্রব্যসামগ্রী সংগ্রহ করে তা ব্যবহারকারীর কাছে পৌঁছে দেন। সাধারণত: এরা পাইকারী এবং খুচরো ব্যবসার কাজ করেন। কোনো দ্রব্যের বিক্রয়মূল্য যদি তার ক্রয়মূল্যের বা উৎপাদন ব্যয়ের চেয়ে বেশি হয় তবে তার অন্তরকে লাভ বলে। কিন্তু কোনো দ্রব্যের ক্রয়মূল্য বা উৎপাদন ব্যয় যদি বিক্রয়মূল্যের চেয়ে বেশি হয় তবে তার অন্তরকে ক্ষতি বা লোকসান বলা হয়।

লাভ = বিক্রয়মূল্য — ক্রয়মূল্য

ক্ষতি = ক্রয়মূল্য — বিক্রয়মূল্য

কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ (ক) লাভ ও ক্ষতির মধ্যে পার্থক্য বুঝতে পারবে।

(খ) লাভ ও ক্ষতি সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা সমাধান করতে পারবে।

৯.৪.২ উদ্দেশ্য :

এই অধ্যায় পাঠের পর আপনার জানবেন—

(১) লাভ ও ক্ষতি বলতে কী বোঝায়?

(২) ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের ধারণা

(৩) বাস্তবে কোথায় কোথায় এই ধারনার প্রয়োগ হয়।

৯.৪.৩. লাভ বা ক্ষতির ধারণা উপস্থাপনা ঃ

পূর্ব অভিজ্ঞতা ঃ শতকরা ধারণা আছে কিনা তা যাচাই করতে হবে।

আয়োজন ঃ লাভ, ক্রয়মূল্য, বিক্রয়মূল্য, বিক্রয়মূল্য ও ক্ষতির মধ্যে সম্পর্ক আছে কিনা তা যাচাই করতে হবে।

একটি সমস্যা নিতে হবে যেমন—একজন ব্যবসায়ী ৫০০ টাকায় কিনে যদি ৫৫০ টাকায় বিক্রি করেন তা হলে তার কী হবে—লাভ বা ক্ষতি, তা শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন।

অপর একজন ব্যবসায়ী কোনো জিনিস ২০০ টাকায় ক্রয় করে ২৫০ টাকায় বিক্রয় করলে তার কী হবে—লাভ বা ক্ষতি। তা শিক্ষার্থীদের জিজ্ঞাসা করবেন।

একটু ভাল করে ভাবলে দেখা যাবে দুই ব্যবসায়ীরই একই লাভ করতে বিভিন্ন টাকার বিনিয়োগ করতে হয়েছে। অর্থাৎ লাভ ও ক্ষতি ব্যবসা সংক্রান্ত বিষয়। তাই লাভ ও ক্ষতিকে ব্যবসায়ের মূলধনের সাপেক্ষে তুলনা করতে হবে।

শিক্ষার্থীদের বলতে হবে লাভকে মূলধনের অনুপাতে প্রকাশ করলে কী হয় দেখো।

১ম ক্ষেত্রে, লাভ ঃ মূলধন = ৫০ ঃ ৫০০ = ১ ঃ ১০ বা,

২য় ক্ষেত্রে, লাভ ঃ মূলধন = ৫০ ঃ ২০০ = ১ ঃ ৪ বা, $\frac{১}{৪}$

যেহেতু $\frac{১}{৪}$ ভগ্নাংশটি $\frac{১}{১০}$ ভগ্নাংশের চেয়ে বড়ো তাই বলা যায় ২য় ক্ষেত্রে বিক্রেতা ১ম বিক্রেতার চেয়ে বেশি লাভ করেছেন।

আচ্ছা বলোতো এবার শতকরা হারে প্রকাশ করলে কী হবে?

$$১ম\ বিক্রেতার\ লাভের\ হার = (\frac{১}{১০} \times ১০০)\ \% = ১০\ \%$$

$$২য়\ বিক্রেতার\ লাভের\ হার = (\frac{১}{৪} \times ১০০)\ \% = ২৫\ \%$$

অর্থাৎ সিদ্ধান্ত হল যে, লাভ বা ক্ষতির শতকরা হারকে হিসাবের মধ্যে এনে সমস্যার সমাধান করলেই আমরা একটি স্পষ্ট ধারণা পেতে পারি।

৯.৪.৪. সমস্যা সমাধানে জ্ঞাতব্য বিষয় :

লাভ বা ক্ষতি সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা সমাধান করার সময় যে বিষয়গুলি আমাদের জানা দরকার তা হল—

(ক) ক্রয়মূল্য = যে মূল্যের বিনিময়ে জিনিস কেনা হয়।

(খ) বিক্রয়মূল্য = যে মূল্যের বিনিময়ে জিনিস বিক্রি করা হয়।

(গ) লাভ = বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য (যখন বিক্রয়মূল্য > ক্রয়মূল্য)।

(ঘ) ক্ষতি = ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য (যখন ক্রয়মূল্য > বিক্রয়মূল্য)।

(ঙ) লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার ঃ ১০০ টাকা ক্রয়মূল্যের জিনিস বিক্রি করে যত টাকা লাভ বা ক্ষতি হয়। যেমন, ১০০ টাকায় ক্রয় করে ১১০ টাকায় বিক্রি করলে লাভের হার (১১০-১০০)% = ১০% । আবার ১০০ টাকায় ক্রয় করে ৯৩ টাকায় বিক্রি করলে ক্ষতির হার (১০০-৯৩)% = ৭%।

(চ) ধার্য্যমূল্য বা লিখিতমূল্য (Marked Price) ঃ অনেক সময় ব্যবসায়ীরা তাদের জিনিসের গায়ে প্রকৃত বিক্রয় মূল্য অপেক্ষা বেশি মূল্যে লিখে রাখেন। জিনিসের গায়ে লিখে রাখা এই মূল্যই ধার্যমূল্য বা লিখিত মূল্য।

(ছ) ছাড় বা ডিস্কাউন্ট (Discount) ঃ অনেক সময় ব্যবসায়ীরা ক্রেতাকে আকর্ষিত করতে লিখিত বা ধার্য্যমূল্য অপেক্ষা কিছু কম মূল্যে জিনিস বিক্রি করেন। যে পরিমাণ মূল্য কম নেওয়া হয় তা হচ্ছে ছাড় বা ডিস্কাউন্ট।

(জ) বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে বিক্রয়মূল্যের উপর লাভ বা ক্ষতির হিসাব করা যায়, যেমন- কোনো জিনিস ১০০ টাকায় বিক্রি করে ২০ টাকা লাভ হলে বিক্রয়মূল্যের উপর ২০% লাভ হয়েছে বলা হয়। এক্ষেত্রে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা - ২০ টাকা

= ৮০ টাকা।

আবার কোনো জিনিস ১০০ টাকায় বিক্রি করে ২০ টাকা ক্ষতি হলে বিক্রয়মূল্যের উপর ২০ ক্ষতি হয়েছে বলা হয়। এক্ষেত্রে ক্রয়মূল্য = ১০০ টাকা + ২০ টাকা = ১২০ টাকা।

৯.৪.৫. সমাধান যুক্ত সমস্যা ঃ

(ক) বিক্রয়মূল্য নির্ণয় কর ঃ একজন পুস্তক বিক্রেতা ১২ টাকায় পুস্তক ক্রয় করে তা ১৫% লাভে বিক্রয় করলেন। পুস্তকটির বিক্রয়মূল্য কত হবে? পুস্তক বিক্রেতার কত লাভ থাকবে?

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হল—

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য
১০০ টাকা	(১০০ + ১৫) = ১১৫ টাকা
১২	?

ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের মধ্যে সরল সম্পর্ক, এখানে ক্রয়মূল্য কমেছে তাই বিক্রয়মূল্য কম হবে। অর্থাৎ ভগ্নাংশটি ১ এর চেয়ে ছোটো অর্থাৎ $\frac{১২}{১০০}$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য} = (১১৫ \times \frac{১২}{১০০}) \text{ টাকা} = ১৩.৮০ \text{ টাকা}$$

(খ) ক্রয়মূল্য নির্ণয় ঃ একজন দোকানদার প্রতিটি শাড়ি ৩৪০ টাকায় বিক্রয় করেন। এতে যদি তাঁর ২৫% লাভ হয়, তবে প্রতিটি শাড়ি তিনি কত টাকায় ক্রয় করেছেন?

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হল—

ক্রয়মূল্য	বিক্রয়মূল্য
১০০ টাকা	(১০০ + ২৫) = ১২৫ টাকা
?	৩৪০ টাকা

বিক্রয়মূল্যের সঙ্গে ক্রয়মূল্যের সরল সম্পর্ক। এখানে বিক্রয়মূল্য বেড়েছে। সুতরাং ক্রয়মূল্য বাড়বে, অর্থাৎ ভগ্নাংশটি ১ এর চেয়ে বড়ো, অর্থাৎ $\frac{৩৪০}{১২৫}$ হবে।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় ক্রয়মূল্য} = (১০০ \times \frac{৩৪০}{১২৫}) \text{ টাকা} = ২৭২ \text{ টাকা}$$

৯.৪.৬ শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক প্রশ্ন ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ (১) লাভ কথাটির অর্থ কী?

(২) ক্ষতি বলতে কী বোঝায়?

বোধমূলক ঃ (১) লাভ = বিক্রয়মূল্য — ☐

(২) ক্ষতি + বিক্রয়মূল্য = ☐

(৩) লাভের বেলায় ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের মধ্যে কী সম্পর্ক?

(৪) ক্ষতির বেলায় ক্রয়মূল্য ও বিক্রয়মূল্যের মধ্যে কী সম্পর্ক?

প্রয়োগমূলক ঃ একজন ঘড়ি ব্যবসায়ী ৫০০ টাকায় একটি ঘড়ি ক্রয় করে ৫৫০ টাকায় বিক্রি করেন। আবার একজন রেডিও ব্যবসায়ী ২০০ টাকার একটি রেডিও সেট তৈরি করে ২৩০ টাকায় বিক্রি করেন, তুলনায় কার লাভ বেশি বা কম তা বিশ্লেষণ করুন।

৯.৪.৭. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ :

(১) লাভ ও ক্ষতি বলতে কী বোঝায়?

(২) কোনো দ্রব্যের ধার্য্যমূল্য ও ছাড় বলতে কী বোঝায়?

(৩) ১৭৮ টাকার কোনো দ্রব্য বিক্রয় করলে ১১% ক্ষতি হয়। কত টাকার বিক্রয় করলে ১১% লাভ হবে।

(৪) একটি লোকের বেতন ৫০% কমিয়ে পরে আবার ৫০% বাড়িয়ে দেওয়া হল, লোকটির শতকরা কত ক্ষতি হল?

[উ: ২৫% ক্ষতি]

পাঠএকক - ১০
পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও জ্যামিতি
[Perimeter, Area and Geometry]

১০.১ পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল ঃ

১০.১.১ ভূমিকা ঃ

কোনো সামতলিক ক্ষেত্রের সীমারেখার দৈর্ঘ্য হল পরিসীমা আর কোনো সামতলিক ক্ষেত্র যতটা জায়গা দখল করে আছে তার পরিমাণ হল ক্ষেত্রফল। ব্যবহারিক জীবনে এই দুটির গুরুত্ব অপরিসীম। কৃষিক্ষেত্রে ও বাড়ি তৈরিতে বিভিন্ন অংশের পরিমাপ করতে পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল ধারণার প্রয়োজন।

মনে রাখতে হবে বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = ৪ বাহু একক।

আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু × বাহু বর্গ একক

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ বর্গ একক

১০.১.২. উদ্দেশ্য :

এই অধ্যায় পাঠের পর আপনারা জানবেন
(১) পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল বলতে কী বোঝেন
(২) পাঠ্যক্রমে কেন প্রয়োজনীয়তা
(৩) বাস্তব উদাহরণের মাধ্যমে ধারণা ও তার প্রয়োগ

১০.১.৩. শিখন সামর্থ্য ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ (১) পরিসীমা ও ক্ষেত্রফলের অর্থ স্মরণ করতে পারবে।
(২) বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের পরিসীমাও ক্ষেত্রফলের সূত্র স্মরণ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ (১) পরিসীমা ও ক্ষেত্রফলের মধ্যে পার্থক্য করতে পারবে।
(২) সমস্যামূলক অঙ্কে পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল সনাক্ত করতে।

প্রয়োগমূলক ঃ (১) বিশ্লেষণের মাধ্যমে ভাষামূলক সমস্যার সমাধান করতে পারবে।
(২) ক্ষেত্রফল সম্পর্কীয় সমস্যা তৈরি করতে পারবে।

১০.১.৪. পাঠ্যক্রমে অন্তর্ভুক্তির প্রয়োজনীয়তা ঃ

(ক) জমির পরিমাণ নির্ধারণ করে বীজধান সার প্রয়োগ অথবা জমি কেনাবেচার জন্য ক্ষেত্রফলের ধারণার অন্তর্ভুক্তির প্রয়োজন।

(খ) বাড়িঘর তৈরির সময় জমির পরিমাণ জেনে খরচের হিসাব করলে ক্ষেত্রফলের সম্পর্কে ধারণার প্রয়োজন।

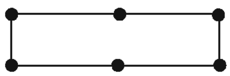
(গ) জমিতে বেড়া ও প্রাচীর দিয়ে ঘিরতে খরচের হিসাবে করতে পরিসীমার জ্ঞান থাকা প্রয়োজন।

১০.১.৫. কাজের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ও পরিসীমার ধারণা দান

প্রয়োজনীয় উপকরণ — কিছু কাঠি

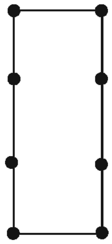
কাজের বিবরণ — শিক্ষার্থীদের বেশ কিছু করে কাঠি দিয়ে বলতে হবে বিভিন্ন মাপের আয়তক্ষেত্র বানাও, তারপর প্রত্যেক শিক্ষার্থীর বিভিন্ন ধরনের বানানো আয়তক্ষেত্রের জন্য কটি করে কাঠি লেগেছে তা গুণতে বলবেন।

যেমন—



(ক)

৬টি কাঠি



(ঘ)

৮টি কাঠি

৬টি কাঠির মোট দৈর্ঘ্যই হল প্রথম আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা ও ৮টি কাঠির মোট দৈর্ঘ্যই হল ২য় আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা।

১০.১.৬ আবিষ্কার পদ্ধতির দ্বারা উপস্থাপন :

আবিষ্কার পদ্ধতির মাধ্যমে ক্ষেত্রফলের ধারণা ও সূত্র প্রতিষ্ঠা করানো যায়। তবে এই স্তরের ক্ষেত্রে কিছু পরিমাণ নির্দেশ দিলে সমাধানটি ছাত্রদের পক্ষে সম্ভব হয়।

সমস্যা - আয়তক্ষেত্রের জায়গায় পরিমাণ নির্ণায়ক নিয়মটি কী হবে?

নির্দেশ - (১) বিভিন্ন মাপের কয়েকটি আয়তক্ষেত্র আঁক।

(২) দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ১ একক দৈর্ঘ্য অন্তর সরলরেখা টান।

(৩) গুনে দেখ কয়টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র হয়েছে।

(৪) প্রতিটি ক্ষেত্রে ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের সংখ্যার সঙ্গে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সঙ্গে কোন সম্পর্কে সমান হবে?

(৫) ওই সম্পর্কটি থেকে জায়গা পরিমাপক নিয়মটি লেখ।

৩ সেমি

১	২	৩
৪	৫	৬

২ সেমি

(৬) জায়গার পরিমাণকে কী বলে?

১০.১.৭ শিখন সামর্থ্য ভিত্তিক প্রশ্ন ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ (১) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি কী?

(২) বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয়ের সূত্রটি কী?

বোধমূলক ঃ (১) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার মধ্যে পার্থক্য কী?

(২) নির্দিষ্ট আয়তকার মাঠের বেড়া দিতে প্রথমে কী পরিমাপ করতে হবে?

প্রয়োগমূলক ঃ (১) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি প্রতিষ্ঠা করো।

(২) বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ কী হলে ক্ষেত্রফল ও পরিসীমার সংখ্যামান একই হবে?

(৩) সমান পরিসীমা বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের তুলনা উদাহরণ দিয়ে দেখাও।

১০.১.৮. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ

(১) পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল বলতে কী বোঝেন?

(২) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৬৪ বর্গসেমি তার পরিসীমা কত?

(৩) একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য অপেক্ষা প্রস্থ ৩ মিটার কম। যদি ঘরের ক্ষেত্রফল যত একক , পরিসীমা তত একক হয় ঘরের ক্ষেত্রফল কত।

পাঠএকক - ১০.২

জ্যামিতি

[Geometry]

১০.২.১. ভূমিকা ঃ

জ্যামিতি হল গণিতের অন্যতম শাখা। শিশু তার পরিবেশে যেগুলি দেখে ও ব্যবহার করে তার মধ্যে বিশেষ গাণিতিক ধর্ম আছে যেগুলি পর্যবেক্ষণ করে শিশু তার যুক্তিবোধ, চিন্তা শক্তির বিকাশ ঘটাতে পারে। এই ধরনের বিষয়বস্তু মূলত: ঘনবস্তু, তল ও সামতলিক ক্ষেত্র। প্রতিটি মানুষের ব্যবহারিক জীবনে রাশি পরিমাপের ক্ষেত্রে ন্যূনতম জ্যামিতিক বিষয়ক জ্ঞান অপরিহার্য বা ব্যক্তিকে চলার পথে সাহায্য করে।

জ্যামিতিতে বিভিন্ন প্রকার চিত্র অঙ্কন ও হাতের কাজের সংঙ্গে সম্পর্কযুক্ত পাঠক্রম থাকায় শিশুদের নিপুনতা বাড়ে। বিভিন্ন পেশাগত কাজের মানুষ যেমন ছুতোর, রাজমিস্ত্রি ইত্যাদি দের নূন্যতম জ্যামিতিক ধারণা অপরিহার্য।

১০.২.২ উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায় পাঠের পর —

(ক) জ্যামিতিক বস্তুর ধারণা পাওয়া যাবে।

(খ) প্রাথমিক বস্তুর জ্যামিতি বিষয়বস্তুর প্রকৃতি সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যাবে।

(গ) তল, তলের প্রকারভেদের ধারণা পাওয়া যাবে।

(ঘ) রেখা, কোণ ও কোণের প্রকারভেদের ধারণা পাওয়া যাবে।

(ঙ) ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, সামন্তরিক, বৃত্ত প্রভৃতি জ্যামিতিক চিত্রের সুস্পষ্ট ধারণা পাওয়া যাবে।

১০.২.৩. প্রাথমিক স্তরে জ্যামিতিক বিষয়বস্তুর প্রকৃতি

(ক) শিশুর নবীনমনের উত্তরে ভিত্তি করে জ্যামিতি বিষয়বস্তু সন্নিবিষ্ট হবে।

(খ) শিশুর পরিচিত বাস্তব পরিবেশীয় বস্তুর সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বিষয়বস্তু পাঠক্রমে থাকবে।

(গ) জ্যামিতিক বিষয়বস্তু এমন হবে যা শিক্ষার্থী বিভিন্ন প্রকার কাজের মধ্য দিয়ে তার ব্যাখ্যা, বিশ্লেষণ ও যুক্তিপূর্ণ কারণ খুঁজে পায়।

(ঘ) ব্যক্তির ব্যবহারিক জীবনে বিভিন্ন পেশার কাজে যুক্ত জ্যামিতির বিষয়বস্তু পাঠক্রমে সন্নিবিষ্ট থাকবে।

(ঙ) শিশুর প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতার উপর ভিত্তি করে পাঠক্রমের বিষয়বস্তু বিন্যস্ত হবে।

(চ) জ্যামিতিক সংজ্ঞার উপর বিশেষ গুরুত্ব না দিয়ে বাস্তব উদাহরণের সাহায্যে ধারণাগুলিকে স্পষ্ট করতে হবে।

(ছ) পরবর্তী শিক্ষাস্তরের কথা বিচার করে সহজ থেকে ক্রমশ কঠিন বিষয়বস্তুর উত্তরণ ঘটবে

১০২.৪. প্রাথমিক স্তরে জ্যামিতিক বিষয়বস্তুর তালিকা ঃ

(ক) বাস্তব ঘনবস্তু ও জ্যামিতিক ঘনবস্তু যেমন — বই, খাতা, ঘনক, আয়তঘন, গোলক ইত্যাদি।

(খ) তল ও তার প্রাকারভেদ

(গ) বিন্দু ও রেখা—সরল ও বক্ররেখা

(ঘ) সামতলিক ক্ষেত্র ও জ্যামিতিক ক্ষেত্র ও তার প্রকৃতি যেমন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও বৃত্ত

(ঙ) কোণ ও তার প্রকারভেদ

১০.২.৫. পাঠের উপস্থাপন —ঘনবস্তু ঃ

শিক্ষার্থীদের মধ্যে বিভিন্ন ধরনের ঘনবস্তু দিয়ে জিজ্ঞাসা করবেন কোনটি কি ধরনের বস্তু ও কোনটির কটি তল। এর জন্য প্রয়োজনীয় উপকরণগুলি হল—লুডোর ছক, বাক্স, বই, জলের পাইপ, গোলতলা যুক্ত কৌটা, গুলি, কলার মোচা ইত্যাদি। নিম্নে একটি তালিকা দেওয়া হল—

লুডোর ছক	ঘনক	৬টি সমতল
বাক্স, বই	আয়তঘন	৬টি সমতল
রড	চোঙ	২টি সমতল ১টি বক্রতল
মার্বেল, বল, গুলি	গোলক	১টি বক্রতল
কলার মোচা	শঙ্কু	১টি সমতল ১টি বক্রতল

অর্থাৎ বলা যেতে পারে যে সকল বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা তিনটি মাত্রাই থাকে ও কিছুটা জায়গা জুড়ে থাকে তাদের ঘনবস্তু বলে । এই ঘনবস্তুর উপরিভাগকে তল বলে। তলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে কিন্তু বেধ নেই। তল বিভিন্ন প্রকারের হয় যেমন—সমতল, অসমতল ও বক্রতল।

সমতল— যে তল সমানভাবে থাকে কোথাও উঁচু বা নিচু থাকে না তাকে সমতল বলে যেমন আয়নার তল।

অসমতল— যে তলের উপরিতল উঁচু নিচু অর্থাৎ অমসৃণ তাকে অসমতল বলে। যথা—ইঁটের তল, টুকরো কয়লার তল, ভাঙ্গা নুড়ির তল ইত্যাদি।

বক্রতল— যে তলের উপরিতল সমান বা মসৃণ কিন্তু বেঁকে বেঁকে বিস্তৃত তাকে বক্রতল বলে। যেমন— বলের তল।

তলের প্রকারভেদ বোঝাতে নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলি শিক্ষার্থীদের করা যেতে পারে—

(১) আয়নার তল কেমন?

(২) ইঁটের উপরিতল কেমন?

(৩) গুলির তল সমতল না বক্রতল?

(৪) তল কয় প্রকার ও কী কী?

(৫) সমতল ও অসমতলের পার্থক্য কী?

(৬) সমতল ও অসমতলের সাদৃশ্য কী?

(৭) অসমতল ও বক্রতলের পার্থক্য কী?

(৮) একটি করে সমতল ও বক্রতলের উদাহরণ দাও।

১০.২.৬ রেখা :

ছাত্রছাত্রীদের কাজে দুটি চিত্র আঁকতে হবে এবং জিজ্ঞাসা করতে হবে চিত্র দুটি কিরূপ?

সরলরেখা

তারপর বলা যেতে পারে দুটি চিত্রের কী কী লক্ষণীয়।

অর্থাৎ যার দৈর্ঘ্য আছে, প্রস্থ ও বেধ নেই তাকে রেখা বলে। রেখা দুই প্রকার সরলরেখা ও বক্ররেখা। যে রেখার অভিমুখ বদলায় না তাকে সরলরেখা আর যার অভিমুখ বদলায় তাকে বক্ররেখা বলে।

সরলরেখার ধর্ম ঃ

(১) সরলরেখা অসংখ্যা বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

(২) সরলরেখার দৈর্ঘ্য আছে, কিন্তু প্রস্থ ও বেধ নেই।

(৩) দৈর্ঘ্য বরাবর সরলরেখার অভিমুখ বদলায় না।

(৪) সরলরেখাকে উভয়দিকে যতখুশি বাড়ানো যায়।

(৫) কেবলমাত্র সমতলের উপরই সরলরেখা টানা যায়।

(৬) নির্দিষ্ট সরলরেখা নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেবলমাত্র একবারই ছেদ করতে পারে।

(৭) দুটি বিন্দু দিয়ে কেবলমাত্র একটিই সরলরেখা আঁকা যায়।

(৮) দুটি সরলরেখা পরস্পরকে একই সমতলে সর্বাধিক একবারই ছেদ করতে পারে।

বক্ররেখার ধর্ম ঃ

(১) বক্ররেখা অসংখ্য বিন্দুর সমন্বয়ে গঠিত।

(২) বক্ররেখার দৈর্ঘ্য আছে কিন্তু প্রস্থ ও বেধ নেই।

(৩) দৈর্ঘ্য বরাবর বক্ররেখার অভিমুখ বদলায়।

(৪) বক্ররেখাকে উভয়দিকে যতখুশি বাড়ানো যায় আবার নাও যেতে পারে।

(৫) সমতল, অসমতল, বক্রতল এই তিন প্রকার তলের উপরই আঁকা যায়।

(৬) কোন বক্ররেখা কোন নির্দিষ্ট বিন্দুতে এক বা একাধিক বার ছেদ করতে পারে।

(৭) দুটি বক্ররেখা পরস্পরকে এক বা একাধিক বার ছেদ করতে পারে।

উপরিউক্ত ধর্মগুলি শিক্ষার্থীদের বিদ্যালয়ের বিভিন্ন অনুষ্ঠান যেমন—বাৎসরিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতা, খেলার ক্লাসে শ্রেণি গঠন, ছবি আঁকা, সরস্বতী পূজা বা অন্য অনুষ্ঠানে আলপনা আঁকা বা কাগজ ভাঁজ করে যাচাই করা যেতে পারে।

রেখাংশ : সরলরেখার কিছু অংশ যেমন—

অর্থাৎ $\overleftrightarrow{AB}$ হল সরলরেখা এবং $\overline{CD}$ হল রেখাংশ।

১০.২.৭ কোণের ধারণা ও তার শ্রেণিবিভাগ :

শিক্ষক শিক্ষিকারা শিক্ষার্থীদের নিম্নরূপে কাজের মাধ্যমে কোণের ধারণা দিতে পারেন।

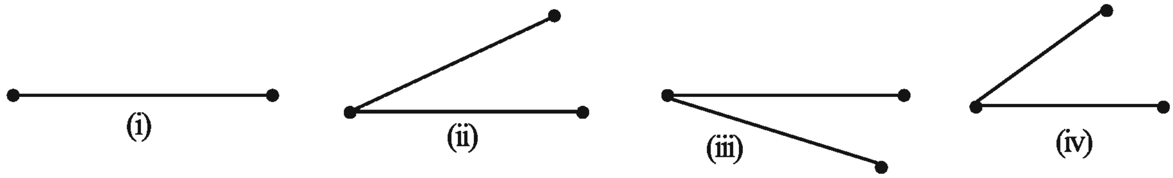
প্রয়োজনীয় উপকরণ — কাঠি, সুতো।

কাজের বিবরণ — ধাপ -১- দুটি সমান মাপের কাঠি নাও।

ধাপ-২- কাঠি দুটির এক প্রান্ত সুতো দিয়ে বাধো

ধাপ-৩- একটি কাঠিকে চেপে রেখে অপর কাঠিকে উপরে বা নীচে নিয়ে গিয়ে অথবা দুটি কাঠিকে দুই হাতে ধরে উপর নীচে ঘোরাও।

অর্থাৎ দেখা যাবে বিভিন্ন শিক্ষার্থীর নিম্ন বিভিন্ন ধরনের সামতলিক চিত্র গঠিত হয়েছে।



তারপর শিক্ষার্থীদের নিম্নরূপ প্রশ্নগুলি করতে হবে—

(১) দুটি কাঠি কটি বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

(২) দুটি কাঠির মধ্যবর্তী অংশে বিভিন্ন চিত্র ভিন্ন না অভিন্ন?

অর্থাৎ দুটি সরলরেখা একটি বিন্দুতে মিলিত হলে ওই বিন্দুতে সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী অংশকে কোণ বলে।

মিলিত বিন্দুকে শীর্ষবিন্দু ও সরলরেখাংশ বা কাঠি দুটিকে বাহু বলে।

মনে রাখতে হবে কোণে একক হিসাবে ডিগ্রী (°) ব্যবহার হয়।

যেহেতু উপরের বিভিন্ন ছবিতে দেখা যাচ্ছে দুটি বাহুর অন্তরবর্তী অংশ বিভিন্ন।

সুতরাং বিভিন্ন মাপের কোণ পাওয়া যায়। মাপের বিভিন্নতা অনুসারে কোণের প্রকারভেদ পাঁচ প্রকার। যথা—

১) সূক্ষ্মকোণ → ০° < কোণের মান < ৯০°

২) সমকোণ → কোণের মান = ৯০°

৩) স্থূলকোণ → ৯০° < কোণের মান < ১৮০°

৪) সরলকোণ → কোণের মান ০° বা ১৮০°

৫) প্রবৃদ্ধকোণ → ১৮০° < কোণের মান < ৩৬০°

১০.২.৮ কোণের শ্রেণি বিভাগ বোঝাতে নিম্নরূপ ব্যবহারিক কাজগুলি করা যায়।

১) কাগজ কেটে বা কাগজ ভাঁজ করে বিভিন্ন প্রকার কোণ তৈরি

২) খেলাধূলার সময় শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন প্রকার কোণের মাধ্যামে দুটি সারিতে দাঁড় করানো বা বসানো যায়।

৩) বিভিন্ন প্রকার শিক্ষা উপকরণ, যথা স্কেল, সামতলিক ক্ষেত্র, ঘনবস্তু ইত্যাদি তৈরিতে কোণের প্রয়োগ করা যায়।

৪) বাগান তৈরির সময় বেড়া, প্লট তৈরিতে কোণের ব্যবহার দেখান যায়।

১০২.৯. দুটি কোণের পারস্পরিক বিশেষ সম্পর্কের ভিত্তিতে কোণের প্রকারভেদ

পূরককোণ → দুটি কোণের সমষ্টি ৯০°

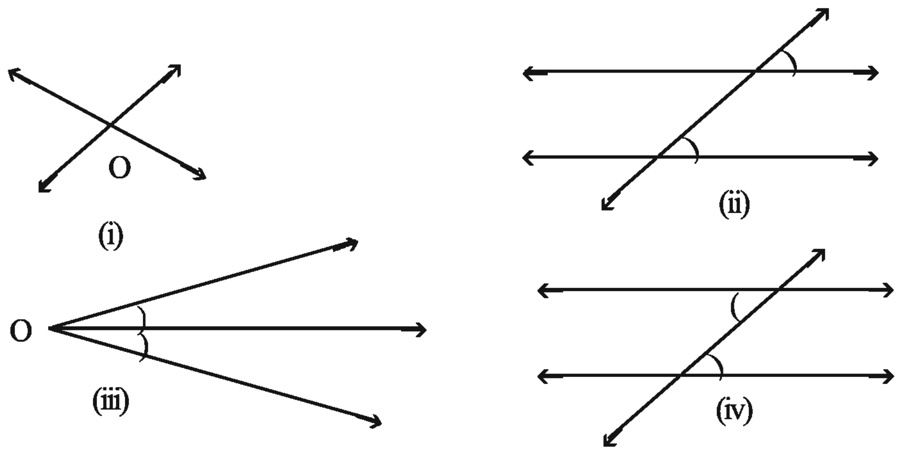
সম্পূরককোণ → দুটি কোণের সমষ্টি ১৮০°

বিপ্রতীপ কোণ ঃ দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে, ছেদবিন্দুর দুই বিপরীত পাশের কোণদ্বয় পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ। বিপ্রতীপ কোণ পরস্পর সমান। চিত্র (i)

অনুরূপ কোণ ঃ দুটি সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে ছেদকের একই পার্শ্বস্থ কোণ বহি:স্থ কোণ ও উহার বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ পরস্পর অনুরূপ কোণ। চিত্র (ii)

একান্তর কোণ ঃ দুটি সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে, কোনো অন্তঃস্থ কোণ ও উহার দূরবর্তী অন্তঃস্থ কোণের সন্নিহিত অন্তঃস্থ কোণ পরস্পর একান্তর কোণ। চিত্র (iv)

সন্নিহিত কোণ ঃ দুটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু ও একটি সাধারণ বাহু এবং কোণ দুটি সাধারণ বিপরীত পাশে থাকে তবে কোণ দুটিকে সন্নিহিত কোণ বলে। চিত্র (iii)



উপরের চিত্রগুলির কোণটি কী কোণ তা বলুন।

(i) --।

(ii) --।

(iii) ---।

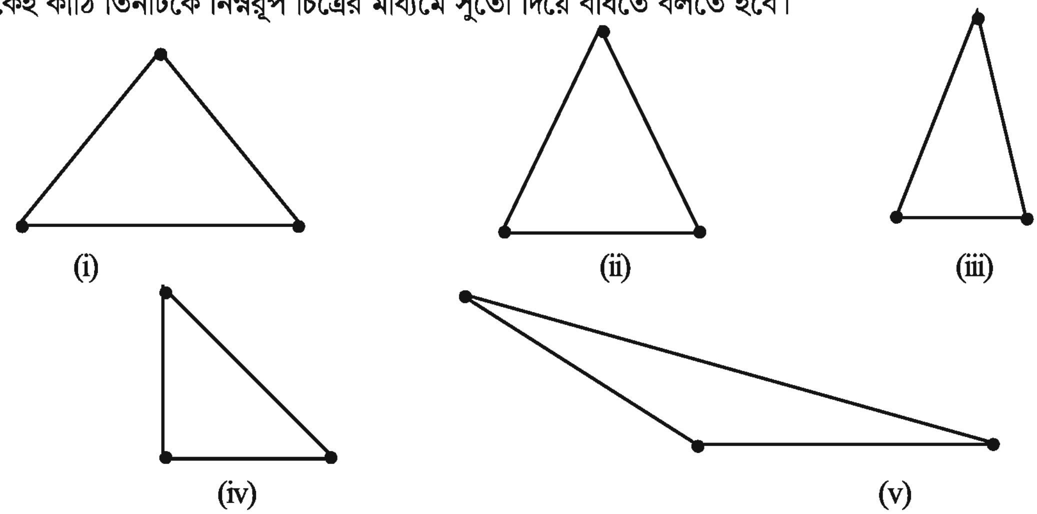
(iv) ---।

১০.২.১০. সামতলিক ক্ষেত্র ঃ

কোনো সমতল সরলরেখা বা বক্ররেখা দ্বারা বেষ্টিত হলে ওই বেষ্টিত সমতলকে সামতলিক ক্ষেত্র বলে। যেমন ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, বৃত্ত, বহুভূজ, ইত্যাদি।

১০.২.১১. ত্রিভুজ ও তার শ্রেণি বিভাগ ঃ

প্রয়োজনীয় উপকরণ ঃ কাঠি, সুতো, স্কেল, কাজের বিবরণ শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন অংশের কাঠি নিতে বলতে হবে। তারপর প্রত্যেকেই কাঠি তিনটিকে নিম্নরূপ চিত্রের মাধ্যমে সুতো দিয়ে বাঁধতে বলতে হবে।



প্রশ্ন ঃ (১) তিনটি সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত সামতলিক ক্ষেত্রকে কী বলে?

(২) স্কেল দিয়ে পরিমাপ করে প্রত্যেক চিত্রের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত লেখ।

(৩) কোন চিত্রে তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান?

(৪) যে কোনো দুটি বাহুর মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ কত করে লেখ।

সমবাহু ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই পরস্পর সমান তাকে সমবাহু ত্রিভুজ বলে।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের দুটি বাহু পরস্পর সমান, অপরটি অসমান তাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বলে।

বিষমবাহু ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর অসমান তাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ বলে।

সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সূক্ষ্মকোণ (অর্থাৎ ৯০° এর কম) তাকে সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ বলে।

স্থূলকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের একটি কোণই স্থূলকোণ (অর্থাৎ ৯০° এর বেশী ১৮০° এর কম) তাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ বলে।

সমকোণী ত্রিভুজ ঃ যে ত্রিভুজের একটি কোণ সমকোণ (অর্থাৎ ৯০°) তাকে সমকোণী ত্রিভুজ বলে।

১০.২.১২. ত্রিভুজ ও তার শ্রেণি বিভাগের ধারণা বাড়ানোর ব্যবহারিক কাজ ঃ

(১) কাগজ ও পিচবোর্ড কেটে বিভিন্ন প্রকারের ত্রিভুজ তৈরি করানো যায়।

(২) কাগজ ভাঁজ করে বিভিন্ন আকারের ত্রিভুজ তৈরি করানো যায়।

(৩) মাটির ঘনবস্তু তৈরি করে তাদের তল দেখিয়ে ত্রিভুজের ধারণা দেওয়া যায়।

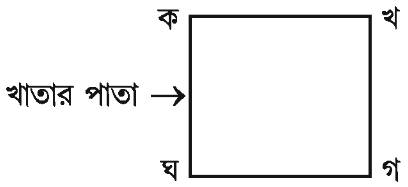
(৪) অনুষ্ঠানের জন্য বিভিন্ন আকারের ত্রিভুজাকৃতি পতাকা তৈরি করানো যায়।

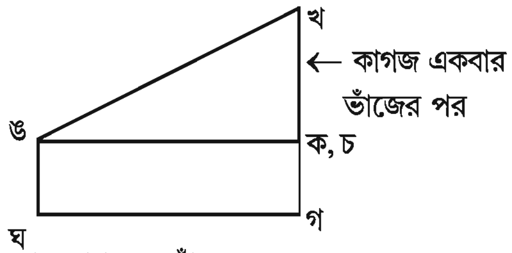
(৫) ছবি অঙ্কনের মাধ্যমে ত্রিভুজের ধারণা দেওয়া যায়।

(৬) খেলার সময় শ্রেণি গঠনে ত্রিভুজাকারে দাঁড় করিয়েও ধারণা দেওয়া যেতে পারে।

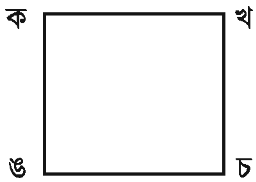
১০.২.১৩. চতুর্ভুজ ও চতুর্ভুজের শ্রেণি বিভাগ ঃ

শিক্ষার্থীর সকলকেই তাদের খাতার একটি পাতা নিতে বলবেন, তারপর 'ক' এর কোণা ধরে 'খগ' এর উপর বসালে চিত্রটি হবে।





এরপর ঙ-ক বরাবর কাগজ-ছুড়ি-কাঁচি দিয়ে কেটে খেলতে হবে তারপর কাগজের ভাঁজ করা অংশ খুলে ফেলতে হবে তাহলে চিত্রটি দাঁড়াবে—



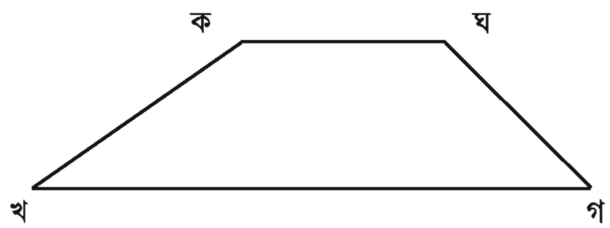
তারপর শিক্ষার্থীদের বলতে হবে তোমরা বলতো চিত্রটির প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান না অসমান?

অর্থাৎ চারটি সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত সামতলিক ক্ষেত্রকে 'চতুর্ভুজ' বলে। আচ্ছা বলতো উপরে কয়টি চতুর্ভুজ দেখা যাচ্ছে?

যে চতুর্ভুজের চারটির বাহুর দৈর্ঘ্যই সমান ও সব কোণ সমকোণ তাকে বলে বর্গক্ষেত্র।

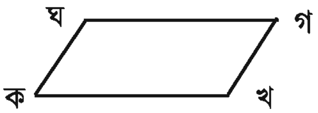
চতুর্ভুজের বাহু কোণের পারস্পরিক সম্পর্কের ভিত্তিতে বিশেষ কয়েক প্রকার চতুর্ভুজ দেখা যায়—বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র, সামান্তরিক, রম্বস, ট্রাপিজিয়ম।

ট্রাপিজিয়াম ঃ ট্রাপিজিয়াম হল বিশেষ ধরনের চতুর্ভুজ। যে চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাকে ট্রাপিজিয়ম বলে। যেমন—



সামন্তরিক ঃ যে চতুর্ভুজের দুজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাকে সামন্তরিক বলে।

এখানে 'কখগঘ' একটি সামন্তরিক।



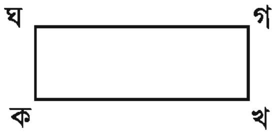
মনে রাখতে হবে,

(i) যে কোনো সামন্তরিকের বিপরীত বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান।

(ii) সামান্তরিকের কর্ণদুটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

আয়তক্ষেত্র ঃ যে সামন্তরিকের একটি কোণ সমকোণ তাকে আয়তক্ষেত্র বলে। যেমন—

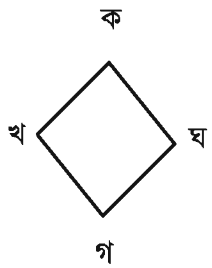
' কখগঘ' হল একটি আয়তক্ষেত্র।



যেখানে ∠ কখগ হল সমকোণ

মনে রাখতে হবে—(i) আয়তক্ষেত্র মাত্রই সামান্তরিক কিন্তু প্রত্যেক সামান্তরিক আয়তক্ষেত্র নয়। (ii) আয়তক্ষেত্রের কর্ণদুটি পরস্পর সমান।

রম্বস ঃ যে সামান্তরিকে সন্নিহিত বাহু দুটি সমান তাকে রম্বস বলে। এখন 'কখগঘ' হল একটি রম্বস।



মনে রাখতে হবে —(i) চারটি বাহু সমান হওয়ার ফলে রম্বসকে সমবাহু চতুর্ভুজ বলে। (ii) রম্বসে একটি সমকোণ হলে তা একটি বর্গক্ষেত্রে পরিণত হয়।

ব্যবহারিক কাজ ঃ

(১) কাগজ ভাঁজ করে বিভিন্ন চতুর্ভুজের ধারণা দেওয়া যাবে।

(২) মাটির ঘনক ও আয়তঘনক তৈরি করিয়ে তার তল দেখিয়ে বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ধারণা দেওয়া যাবে।

(৩) খেলার মাঠে শ্রেণি গঠনেও চতুর্ভুজের প্রাথমিক ধারণা দেওয়া যাবে।

(৪) বাগানের কাজে প্লট তৈরি , রাস্তা তৈরির মাধ্যমে ধারণা দেওয়া যাবে।

১০.২.১৪. বৃত্ত ও তার বিভিন্ন অংশ ঃ

সমতলের ওপর অবস্থিত কোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সর্বদা সমদূরত্ব বজায় রেখে অপর একটি বিন্দু চলমান হয়ে যে বদ্ধ বক্ররেখা উৎপন্ন করে তাকে বলে বৃত্ত।

বৃত্ত একটি বদ্ধ বক্ররেখা বলে সমতলে বৃত্ত আঁকলে তা একটি সীমাবদ্ধ সামতলিক ক্ষেত্র উৎপন্ন করে। এই সামতলিক ক্ষেত্রকে বৃত্তকার ক্ষেত্র বা চাকতি বলে। বৃত্তের ভিতরের নির্দিষ্ট বিন্দুকে বৃত্তের কেন্দ্র বলে। বদ্ধ বক্ররেখাটিকে বৃত্তের পরিধি বলে।

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে এর পরিধির উপরে অবস্থিত যে কোনো বিন্দু সংযোজন রেখাংশকে বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে। বৃত্তের সকল ব্যাসার্ধই সমান দৈর্ঘ্যের। বৃত্তের উপর অবস্থিত যে কোনো দুটি বিন্দু যোগ করে যে রেখাংশ পাওয়া যায় তাকে জ্যা বলে।

বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যাকে বৃত্তের ব্যাস বলে। অর্থাৎ ব্যাসই বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা।

ব্যাস = ২ × ব্যাসার্ধ

বৃত্ত নির্দেশক অর্থাৎ বৃত্তের অংশকে বৃত্তচাপ বলে।

বৃত্তের ব্যাস, বৃত্তকে দুটি ভাগে ভাগ করে। এক একটি ভাগের বৃত্তচাপকে অর্ধবৃত্ত বলে।

মনে রাখতে হবে—পরিধি বৃত্তের বৃহত্তম চাপ।

শিক্ষক মহাশয়রা কোনো একটি চাকতির সাহায্যে সকল শিক্ষার্থীরা খাতায় বৃত্ত এঁকে বিষয়গুলি উপস্থাপন করবেন।

বৃত্তের ধারণা দানে ব্যবহারিক কাজ ঃ

১) বিদ্যালয়ের উৎসব অনুষ্ঠানে মেঝেতে আলপনা করার সময় বৃত্ত অঙ্কন করান যায়।

২) চিত্র অঙ্কনে বৃত্ত অঙ্কন করিয়ে বিভিন্ন প্রকার ছবি আঁকানো যায়।

৩) কাগজের কাজ করতে গিয়ে বৃত্তাকারে কাগজ কাটতে পারবে।

৪) বাৎসরিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় লৌহবল বৃত্তকার দাগ কাটা যাবে।

৫) স্কুলে পতকা উত্তোলনের সময় চারপাশে বৃত্তাকার দাঁড় করানো।

৬) খেলার মাঠে বৃত্তাকার দাঁড় করিয়ে খেলানো যায়।

৭) বাগানে বৃত্তাকার দাগ কেটে চারপাশে গাছ রোপন করবে।

৮) মাটির শঙ্কু তৈরি করিয়ে বৃত্তাকার তলটি দেখে ধারণা পাবে।

১০.২.১৫. কাম্য শিখন সামর্থ্য ঃ

১০.২.১৫ বৃত্ত ও তার বিভিন্ন অংশ ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ ক) বৃত্তের সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

খ) বৃত্তের বিভিন্ন অংশগুলির সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ ক) বৃত্তের নিকট সম্বন্ধযুক্ত অংশগুলির সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

খ) উল্লেখিত বৈশিষ্ট্য থেকে বৃত্তের অংশটি সনাক্ত করতে পারবে।

দক্ষতামূলক ঃ ক) বৃত্ত অঙ্কন করে অংশগুলির মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

খ) চিত্র অঙ্কনে বৃত্তের ব্যবহার করতে পারবে।

১০.২.১৫.১. রেখা ও প্রকারভেদ ঃ

জ্ঞানমূললক ঃ ক) রেখার সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

খ) রেখার প্রকারভেদ স্মরণ করতে পারবে।

গ) দুই প্রকার রেখার বৈশিষ্ট্য মনে করতে পারবে।

দক্ষতামূলক ঃ ক) দুই প্রকার রেখার চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

খ) নির্দিষ্ট সংখ্যক রেখা দিয়ে চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

১০.২.১৫.২. কোণ ও প্রকারভেদ ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ ক) কোণের প্রকারভেদ স্মরণ করতে পারবে।

খ) কোণের একক স্মরণ করতে পারবে।

গ) বিভিন্ন প্রকার কোণের সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ ক) বিভিন্ন প্রকার কোণের মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

খ) প্রদত্ত কোণের মান থেকে কোন প্রকারের কোণ তা সনাক্ত করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক ঃ বাস্তবক্ষেত্রে কোণ ও তার প্রকৃতি উল্লেখ করতে পারবে।

দক্ষতামূলক ঃ বিভিন্ন প্রকার কোণের চিত্র অঙ্কণ করতে পারবে।

১০.২.১৫.৩. ত্রিভুজ ও তার প্রকারভেদ ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ ক) ত্রিভুজ ও বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজের সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

খ) ত্রিভুজের প্রকারভেদ অনুযায়ী নাম স্মরণ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ ক) বিভিন্ন প্রকার ত্রিভুজের মধ্যে মিল ও অমিল উল্লেখ করতে পারবে।

খ) প্রদত্ত চিত্র দেখে ত্রিভুজ ও কোন প্রকারের ত্রিভুজ তা সনাক্ত করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক ঃ বাস্তব ক্ষেত্রে ত্রিভুজের উদাহরণ দিতে হবে।

দক্ষতামূলক ঃ ক) বিভিন্ন প্রকারের ত্রিভুজের চিত্র অঙ্কণ করতে পারবে।

খ) ছবি অঙ্কণে ত্রিভুজের ব্যবহার করতে পারবে।

১০.২.১৫.৪. চতুর্ভুজ ও তার প্রকারভেদ ঃ

জ্ঞানমূলক ঃ ক) চতুর্ভুজ ও বিশেষ প্রকার চতুর্ভুজের সংজ্ঞা স্মরণ করতে পারবে।

খ) চতুর্ভুজের প্রকারভেদ করতে পারবে।

বোধমূলক ঃ ক) বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের মধ্যে তুলনা করতে পারবে।

খ) প্রদত্ত চিত্র থেকে কোন প্রকারের চতুর্ভুজ তা সনাক্ত করতে পারবে।

প্রয়োগমূলক ঃ ক) বাস্তবক্ষেত্রে চতুর্ভুজের ব্যবহার উল্লেখ করতে পারবে।

খ) প্রদত্ত চিত্র থেকে কোন প্রকারের চতুর্ভুজ তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।

দক্ষতামূলক ঃ ক) বিভিন্ন প্রকার চতুর্ভুজের চিত্র অঙ্কন করতে পারবে।

খ) চিত্র অঙ্কণে চতুর্ভুজের ব্যবহার করতে পারবে।

১০.২.১৬. আপনার অগ্রগতি যাচাই করুণ :

(১) সরলরেখা ও রেখাংশ বলতে কী বোঝেন?

(২) মানের বিভিন্নতা অনুযায়ী বিভিন্ন কোণের নামগুলি কী কী

(৩) বিপ্রতীপ কোণ ও সন্নিহিত কোণ কাকে বলে

(৪) ত্রিভূজ কয় প্রকার ও কী কী?

(৫) চতুভুজ কাকে বলে ও কী কী তার শ্রেণিবিভাগ?

(৬) বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা কোনটি?

(৭) সুষম ত্রিভূজ কাকে বলে?

(৮) যে চতুর্ভূজের কর্ণদ্বয় সমান এবং পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে তাকে কী বলে?

পাঠ্যক্রমঃ দ্বিবার্ষিক D.EL.ED. Course, (ODL)

কর্মরত প্রাথমিক শিক্ষক/শিক্ষিকাদের জন্য, পঃবঃ

বিষয় : গণিত : শিক্ষাবর্ষ ২০১৪-১৬,

অ্যাসাইনমেন্ট:

পূর্ণমান-৩০

নির্দেশ. : নিচের প্রত্যেক অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছে তিনটি করে প্রশ্ন আছে ক,খ ও গ। ক ও খ-এর প্রত্যেকটির জন্য নম্বর ৭ করে এবং উত্তর করতে হবে ২৫০ শব্দের / সংখ্যার মধ্যে। গ-এর জন্য নম্বর ১৬। উত্তর করতে হবে ৫০০ শব্দের/ সংখ্যার মধ্যে। শিক্ষাকেন্দ্রের পরামর্শদাতা/অধিকর্তার নির্দেশ অনুযায়ী যেকোন একটিগুচ্ছ বেছে নিতে হবে।

অ্যাসাইনমেন্ট নিজের হাতে লিখতে হবে। অ্যাসাইনমেন্টের আলোকচিত্র বা কম্পিউটারে মুদ্রিত লেখা গ্রহণযোগ্য হবে না।

অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছ - ১

ক। কাজের মাধ্যমে লসাগু ও গসাগুর ধারণা কিভাবে দেবেন?

খ। সামান্য ও অশুদ্ধ ভগ্নাংশের ধারণা বিবৃত করুন। চিত্র সহযোগে ভগ্নাংশগলি উপস্থাপিত করুন। অখন্ড সংখ্যার অনোন্যকের বৈশিষ্ট্য কী?

গ। গণিতের পাঠ্যক্রম রচনায় পাঠ্যবিষয় নির্বাচনের নীতিগুলি আলোচনা করুন।

অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছ - ২

ক। গণিতশিক্ষায় আবিষ্কার পদ্ধতির বৈশিষ্ট্যগুলি কী কী?

খ। লাভক্ষতি সংক্রান্ত শিক্ষায় শিক্ষার্থীর শিখন সামর্থগুলি উল্লেখ করুন। লাভ, ক্ষতি ও ডিসকাউন্ট প্রতিশব্দগুলির ব্যাখ্যা দিন।

গ। চিত্রসহ বিভিন্ন ধরনের কোণের আলোচনা করুন। কোণ শিখতে গিয়ে শিক্ষার্থীরা কী কী ভুল করে নিরূপন করুন।

অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছ - ৩

ক। গড় বলতে কী বোঝায়? কাজের মাধ্যমে গড়ের ধারণা দিন।

খ। সরল সুদ সংক্রান্ত বিভিন্ন ধারণার সংজ্ঞা দিন। প্রত্যেকটির একটি করে উদাহরণ দিন। যদি ৬ মাস অন্তর সুদ আসলের সাথে যুক্ত হয় তাহলে ২ বছরে ১৫% সরলসুদে ১৫০০০/- উপর সুদ কত হবে?

গ। মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যার উপর একটি পাঠটিকা রচনা করুন।

অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছ - ৪

ক। গণিতে মূল্যায়নের পদ্ধতিগুলি কী কী? সংক্ষেপে আলোচনা করুন।

খ। চিত্রসহ বিভিন্ন ধরনের চতুর্ভুজ সম্পর্কে আলোচনা করুন।

গ। বিভিন্ন সংখ্যাকে ১ থেকে ১১ পর্যন্ত ভাজকদ্বারা ভাগফলের নিয়মগুলি বিবৃত করুন। প্রত্যেকক্ষেত্রে উদাহরণ দিন। বিভাজ্যতা সম্পর্কিত অন্ততঃ দুটি খেলা প্রস্তুত করুন।

অ্যাসাইনমেন্টগুচ্ছ - ৫

ক। গণিত শিক্ষায় TLM ব্যবহারে কী কী সতর্কতা ব্যবহার করা উচিত?

খ। গঠনমূলক মূল্যায়ন কাকে বলে? গঠনমূলক মূল্যায়ন শিক্ষার্থীর গণিতশিক্ষার অগ্রগতিতে কিভাবে সাহায্য করে? উদাহরণ সহকারে উত্তর দিন।

গ। উপযুক্ত উদাহরণ সহযোগে নিম্নোক্ত গণিত শিক্ষণ পদ্ধতিগুলির আলোচনা করুন :
আরোহ, অবরোহ, বিশ্লেষণ ও সংশ্লেষণ